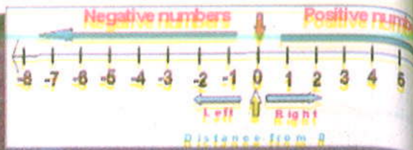
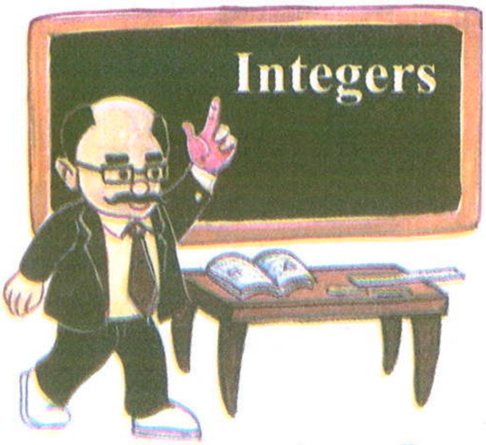
3 पूर्णांक



हम सीखेंगे :

- पूर्णांक
- संख्या रेखा पर पूर्णांकों का निरूपण
- पूर्णांकों में क्रमबद्धता
- पूर्णांकों का योग
- संख्या रेखा पर पूर्णांकों को जोड़ना एवं घटाना
- योज्य प्रतिलोम



F4A8PU

3.1 भूमिका (Introduction) :

हमने पूर्ण संख्याओं पर होने वाली संक्रियाओं तथा इनके गुणों को देखा है। जब एक पूर्ण संख्या को दूसरी पूर्ण संख्या से घटाते हैं, तो उसका परिणाम सदैव एक पूर्ण संख्या नहीं होती है।

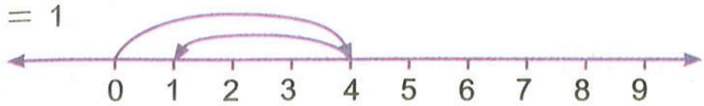
कोई भी दो पूर्ण संख्याएँ लीजिए और उन्हें एक–दूसरे से घटाइए।

एक पूर्ण संख्या	दूसरी पूर्ण संख्या	दोनों का घटाव	क्या परिणाम पूर्ण संख्या है?
6	4	$6 - 4 = 2$	हाँ
5	5	$5 - 5 = 0$	हाँ
4	6	$4 - 6 = ?$	नहीं

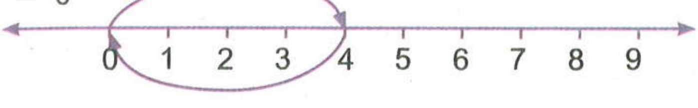
अर्थात्, जब हम एक पूर्ण संख्या को उससे बड़ी पूर्ण संख्या में से घटाते हैं तो हमें एक पूर्ण संख्या प्राप्त होती है। (यहाँ $6 - 4 = 2$, $5 - 5 = 0$) लेकिन जब एक बड़ी पूर्ण संख्या को उससे छोटी पूर्ण संख्या में से घटाते हैं तो हमें पूर्ण संख्या प्राप्त नहीं होती है। 4–6 का मान पूर्ण संख्याओं के संग्रह में शामिल नहीं है।
आइए, इसे संख्या रेखा से समझने का प्रयास करते हैं।

"JCERT Text book for Free Distribution : 2021-22"

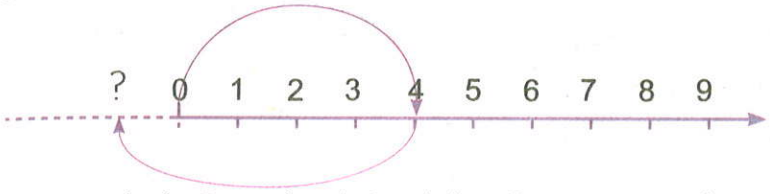
(i) $4 - 3 = 1$



(ii) $4 - 4 = 0$



(iii) $4 - 5 = ?$

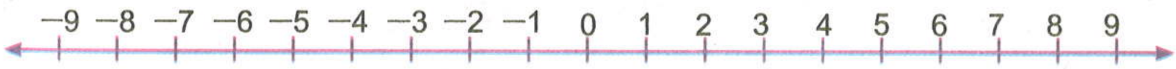


इन्हें भी देखें
$5 - 1 = 4$
$5 - 2 = 3$
$5 - 3 = 2$
$5 - 4 = 1$
$5 - 5 = 0$
$5 - 6 = ?$
$5 - 7 = ?$

हम जानते हैं कि 0 से छोटी कोई पूर्ण संख्या नहीं है। यहाँ 0 से छोटी एक संख्या प्राप्त होगी जो पूर्ण संख्या नहीं है।

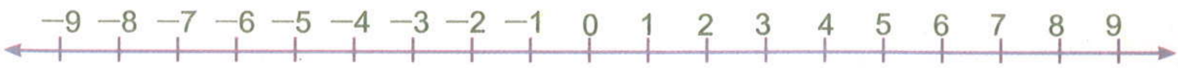
अब हम विचार करें कि यदि इस प्रकार प्राप्त संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ नहीं है तो फिर इन संख्याओं को क्या कहेंगे और उन्हें कैसे दर्शाएँगें?

शून्य से छोटी संख्याओं के लिए हमें एक चिह्न का प्रयोग करने की आवश्यकता होती है। इसके लिए उस संख्या के आगे (पहले) ऋण (–) चिह्न का प्रयोग किया जाता है। इससे यह पता चलता है कि ऋण (–) चिह्न लगी हुई संख्याएँ शून्य से छोटी होती है। इन्हें ऋणात्मक संख्याएँ (Negative numbers) कहते हैं।



यहाँ शून्य की बाईं तरफ दर्शाए गए संख्याएँ, शून्य की दाईं तरफ की संख्याओं का प्रतिबिम्ब (Mirror images) हैं। इन्हें ऋणात्मक संख्याएँ कहते हैं क्योंकि ये शून्य से समान दूरी परन्तु विपरीत दिशा में हैं।

ऋणात्मक संख्याओं को इस प्रकार दर्शाते हैं।



अपने दैनिक जीवन में हम ऐसी कई परिस्थितियों का सामना करते हैं जहाँ हमें ऋणात्मक संख्याओं के प्रयोग करने की आवश्यकता होती है। उदाहरण के लिए– संजू एक कॉपी खरीदने एक दुकान में जाती है। उसके पास ₹10 है, लेकिन कॉपी का मूल्य ₹15 है। दुकानदार उसे कॉपी दे देता है और ₹5 बाद में लाकर देने को कहता है। संजू द्वारा दुकानदार को दी जाने

वाली राशि को दर्शाने के लिए हमें एक चिह्न का प्रयोग करने की आवश्यकता होती है। साधारण बोलचाल में हम कहते हैं कि संजू पर ₹5 का उधार है या ₹5 का ऋण है। यहाँ पर संजू द्वारा दुकानदार को दी जाने वाली राशि के लिए ऋण (–) चिह्न का प्रयोग करते हैं। अर्थात संजू की देय राशि को हम ₹–5 द्वारा दर्शाते हैं।

इसके अलावे हमारे सामने कई विपरीत स्थितियाँ आती है जैसे– ऊपर और नीचे, पूरब और पश्चिम, दायें और बायें, बढ़ना और घटना इत्यादि जिन्हें समझने के लिए हम एक चिह्न का प्रयोग करते हैं।

उदाहरण के लिए:

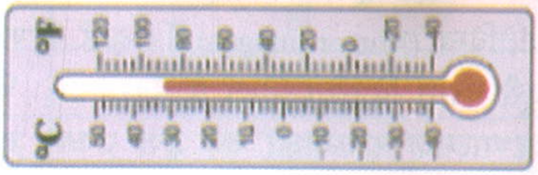
(i) लाभ और हानि विपरीत स्थितियाँ हैं, इसलिए यदि लाभ को (+) चिह्न से निरूपित किया जाता है, तो हानि को (–) चिह्न से निरूपित किया जायेगा।
जैसे: ₹11 लाभ को ₹+11 द्वारा निरूपित किया जायेगा तथा ₹11 हानि को ₹–11 द्वारा निरूपित किया जायेगा।

(ii) समुद्र तल से 5 किमी ऊपर को यदि + 5 निरूपित किया जाता है, तो समुद्र तल से 5किमी नीचे को –5 से निरूपित किया जायेगा।

(iii) यदि बढ़ना को (+) से निरूपित किया जाये तो घटना को (–) से निरूपित किया जायेगा।

(iv) 0^0 C से ऊपर के तापमान को (+) चिह्न और 0^0C से नीचे के तापमान को (–) चिह्न से निरूपित किया जाता है।
जैसे– 0^0C से 4^0C ऊपर के तापमान को + 4^0 C तथा 0^0 C से 4^0 C नीचे के तापमान को – 4^0 C लिखा जाता है।

विभिन्न विपरीत स्थितियों के लिए चिह्न	
+	–
ऊँचा	नीचा
लाभ	हानि
वृद्धि	ह्रास
दायें	बायें
बढ़ना	घटना
आय	व्यय
पूरब	पश्चिम
उत्तर	दक्षिण
0^0C से ऊपर तापमान	0^0C से नीचे तापमान



(v) पूरब को यदि (+) चिह्न को दिखाया जाय तो पश्चिम को (–) चिह्न से दिखाया जायेगा।

(vi) उत्तर को यदि (+) चिह्न से दिखाया जाय तो दक्षिण को (–) चिह्न से दिखाया जायेगा।

(vii) दाईं ओर को यदि (+) चिह्न लिया जाता है, तो बाईं ओर को (–) चिह्न लिया जायेगा।

याद रखिए

एक स्थिति के लिए यदि (+) चिह्न लिया जाता है, तो उसके विपरीत स्थिति के लिए (–) चिह्न लिया जाता है।

उदाहरण : निम्नलिखित के लिए उचित चिह्न का प्रयोग कीजिए।

(a) शून्य के बाईं ओर 8 इकाई (b) शून्य के दाईं ओर 11 इकाई

(c) 10 किमी पश्चिम (d) ₹25 का लाभ

हल : (a) – 8 + 11

(c) – 10 (d) + 25

3.2 पूर्णांक (Integers):

सबसे पहले केवल प्राकृत संख्याएँ (Natural Numbers) अर्थात्, N = 1, 2, 3, 4, ... ज्ञात की गई। शून्य (0) ज्ञात होने के बाद हमें संख्याओं का एक नया संग्रह अर्थात् पूर्ण संख्याएँ प्राप्त हुई जिसमें प्राकृत संख्याओं के संग्रह के साथ शून्य को भी शामिल की गई। इस प्रकार, 0, 1, 2, 3, 4, . . . पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers) हैं। W = 0, 1, 2, 3, . . .

इस अध्ययन से हमें पता चला कि ऋणात्मक संख्याएँ जैसे: –1, –2, –3, –4,. . . होती है। यदि हम इस नया संग्रह को पूर्ण संख्याओं के संग्रह में मिलाते हैं तो पूर्णांक (Integers) का संग्रह प्राप्त होता है। इसे Z या I से निरूपित किया जाता है।

इस प्रकार, पूर्णांक (I) = ...–4, –3,–2, –1, 0, 1, 2, 3, 4.....................

← ऋणात्मक संख्याएँ (–4, –3, –2, –1) पूर्ण संख्याएँ (0, 1, 2, 3, 4) →

3.2.1 धनात्मक पूर्णांक (Positive Integers) :

पूर्णांक के संग्रह में संख्याएँ 1, 2, 3, ...धनात्मक पूर्णांक कहलाती है।

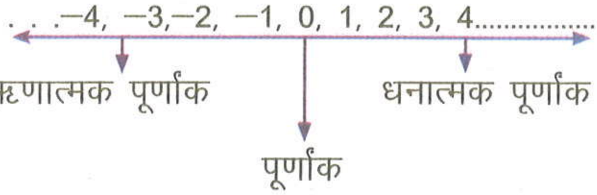
प्राकृत संख्याएँ धनात्मक पूर्णांक हैं।

3.2.2 ऋणात्मक पूर्णांक (Negative Integers):

पूर्णांक के संग्रह में संख्याएँ –1, –2, –3, ... ऋणात्मक पूर्णांक कहलाती है।

याद रखिए

- संख्याएँ . . .−3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, . . . पूर्णांक कहलाती है।
- संख्याएँ . . .1, 2, 3, 4, . . . धनात्मक पूर्णांक कहलाती है।
- संख्याएँ . . .−1, −2, −3, −4. . . ऋणात्मक पूर्णांक कहलाती है।
- संख्या रेखा पर धनात्मक पूर्णांक शून्य के दाईं ओर तथा ऋणात्मक पूर्णांक शून्य के बाईं ओर स्थित है।
- संख्या 0 न तो धनात्मक है और न ऋणात्मक।

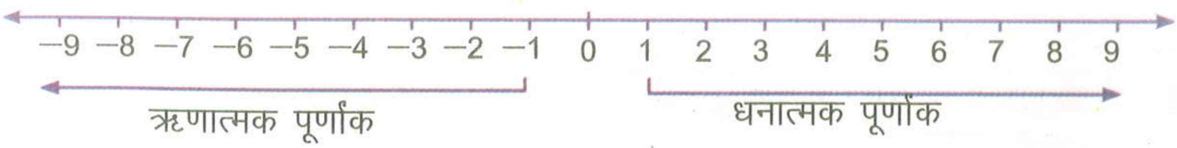


3.3 संख्या रेखा पर पूर्णांकों का निरूपण

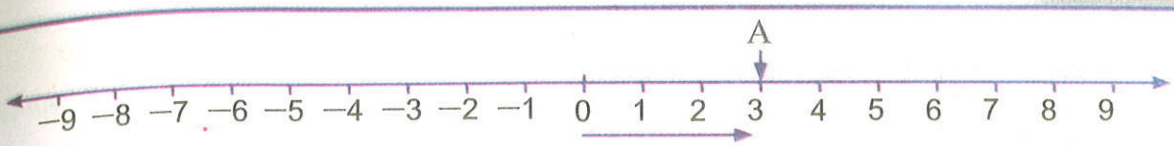
(Representation of Integers on Number line) :

1. एक रेखा खींचिए।
2. उस पर समान दूरी पर कुछ बिंदु अंकित कीजिए।
3. इनमें से एक बिंदु को 0 अंकित कीजिए।
4. शून्य के दाईं ओर के बिंदु धनात्मक पूर्णांक है और इन्हें +1, +2, +3 इत्यादि या केवल 1, 2, 3,... इत्यादि से अंकित कीजिए।

5. शून्य के बाईं ओर के बिंदु ऋणात्मक पूर्णांक है और इन्हें −1, −2, −3, . . .इत्यादि से अंकित कीजिए।

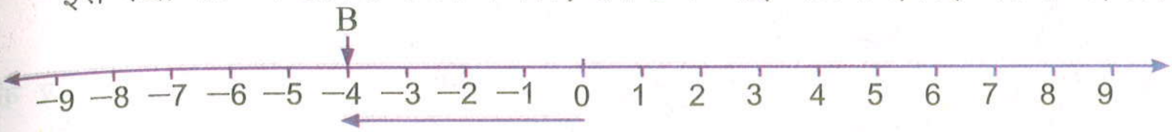


इस रेखा पर +3 अंकित करने के लिए हमें 0 के दाईं ओर 3 बिन्दु चलना पड़ेगा।



चित्र में (बिंदु A, +3 को निरूपित करता है)

इस रेखा पर –4 अंकित करने के लिए हमें 0 के बाईं ओर 4 इकाई चलना पड़ेगा।



चित्र में (बिंदु B, –4 को निरूपित करता है)

प्रयास कीजिए

संख्या रेखा पर –3, +7, –5, –6, –1, +2, +4 को अंकित कीजिए।

3.4 पूर्णांकों की क्रमबद्धता (Ordering of Integers):

हम जानते हैं कि दो पूर्ण संख्याओं में जो संख्या, संख्या रेखा पर दाईं ओर होती है वह संख्या बड़ी एवं जो संख्या उसकी बाईं ओर होती है वह संख्या छोटी होती है।

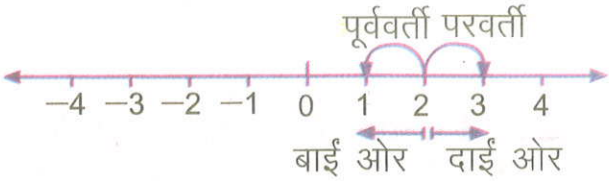
उदाहरण के लिए 6 > 4 क्योंकि 6 संख्या रेखा पर 4 की दाईं ओर है। क्या पूर्णांकों में भी दाईं ओर की संख्या बड़ी एवं बाईं ओर की संख्या छोटी होती है?

एक संख्या रेखा लेकर उस पर पूर्णांकों को अंकित कीजिए।

3.4.1 पूर्णांकों के परवर्ती एवं पूर्ववर्ती (Successor and Predecessor of Integers):

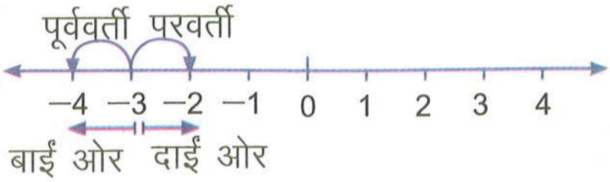
- किसी संख्या से एक इकाई दाईं ओर चलने पर हमें उस संख्या का परवर्ती (Successor) प्राप्त होता है।
- किसी संख्या से एक इकाई बाईं ओर चलने पर हमें उस संख्या का पूर्ववर्ती (Predecessor) प्राप्त होता है।

पूर्ववर्ती	संख्या	परवर्ती
2	3	4
7	8	9
–5	–4	–3
–3	–2	–1
–1	0	1



अतः 2 के दाईं ओर 3 है। अतः 3 > 2

2 के बाईं ओर 1 है। अतः 1 < 2

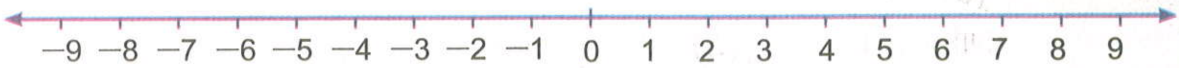


यहाँ −3 के दाईं ओर −2 है। अतः −2 > −3

−3 के बाईं ओर −4 है। अतः −4 < −3

इस प्रकार हम पाते हैं कि पूर्णांकों में भी दाईं ओर की संख्या अपने बाईं ओर की संख्या से बड़ी होती है और बाईं ओर की संख्या अपनी दाईं ओर की संख्या से छोटी होती है।

आइए, संख्या रेखा पर निरूपित किये गये पूर्णांकों को देखते हैं।



यहाँ :−

(i) संख्या 3 संख्या 1 के दाईं ओर स्थित है। अतः 3 > 1

(ii) संख्या 0 संख्या −1 के दाईं ओर स्थित है। अतः 0 > −1

(iii) संख्या −2 संख्या −3 के दाईं ओर स्थित है। अतः −2 > −3

(iv) संख्या −3 संख्या −8 के दाईं ओर स्थित है। अतः −3 > −8

हम देखते हैं कि संख्या रेखा पर जब हम दाईं ओर बढ़ते हैं, तो संख्या का मान बढ़ता है और जब हम बाईं ओर चलते हैं, तो संख्या का मान घटता है।

अतः −4 < −3, −3 < −2, −2 < −1, −1 < 0, 0 < 1, 1 < 2, 2 < 3, 3 < 4 इत्यादि

उपरोक्त उदाहरणों से हम निम्नलिखित निष्कर्ष पर पहुँचते हैं :

(i) प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक, प्रत्येक ऋणात्मक पूर्णांक से बड़ा होता है।

(ii) प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक, 0 से बड़ी है।

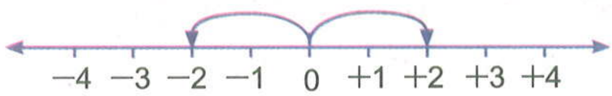
(iii) प्रत्येक ऋणात्मक संख्या, 0 से छोटी है।

(iv) 0, न ऋणात्मक पूर्णांक है और न ही धनात्मक पूर्णांक है।

(v) कोई संख्या, 0 से दाईं ओर जितनी अधिक दूरी पर होगी, उतनी ही बड़ी होगी।

(vi) कोई संख्या, 0 से बाईं ओर जितनी दूरी पर होगी, उतनी ही छोटी होगी।

3.5 विशुद्ध मान अर्थात परम मान या निरपेक्ष मान (Absolute Value):



एक संख्या रेखा खींचिए। +2, एवं –2 संख्या रेखा पर 0 से कितनी दूर है? संख्या रेखा पर देखने से पता चलता है कि +2 एवं –2 एक दूसरे का दर्पण प्रतिबिम्ब है तथा 0 से समान दूरी पर है। धनात्मक पूर्णांक (+2) और ऋणात्मक पूर्णांक (–2) के चिह्नों को छोड़ने पर जो पूर्ण संख्या मिलती है उसे पूर्णांक का विशुद्ध या परम या निरपेक्ष मान कहते हैं।

यहाँ +2 और –2 का विशुद्ध मान 2 है।

संकेत में, +2 का विशुद्ध मान = $|+2| = 2$

–2 का विशुद्ध मान = $|-2| = 2$

इसी तरह, +4 का विशुद्ध मान = $|+4| = 4$

–4 का विशुद्ध मान = $|-4| = 4$ इत्यादि।

उदाहरण : निम्नलिखित में पूर्णांकों को पहचानिए।

(a) –3 (b) $\frac{-3}{2}$ (c) $\frac{7}{4}$ (d) –5 (e) 2 (f) 0

हल : पूर्णांक (a) –3 (d) –5 (e) 2 (f) 0

उदाहरण : नीचे दिए प्रश्नों में संख्याओं को उचित चिह्न के साथ पूर्णांक के रूप में लिखिए।

(a) समुद्र तल से 200 मीटर नीचे। (b) ₹20 की हानि।

(c) 0^0 C से 20^0 C ऊपर तापमान। (d) 0^0 C से 10^0 C नीचे तापमान।

(e) बैंक खाते में ₹100 जमा करना।

हल : (a) –200 मीटर (b) ₹–20 (c) $+20^0$ C (d) -10^0 C (e) ₹100

उदाहरण : निम्नलिखित के विपरीत (Opposite) लिखिए।

(a) 8 किलोमीटर पूरब जाना। (b) ₹500 की हानि।

(c) 5 मीटर ऊपर चढ़ना। (d) समुद्र तल से 100 मीटर नीचे।

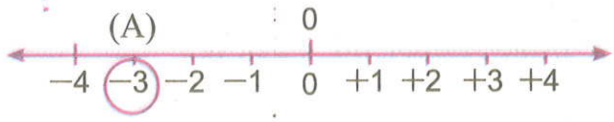
हल : (a) 8 किलोमीटर पश्चिम जाना। (b) ₹500 का लाभ।

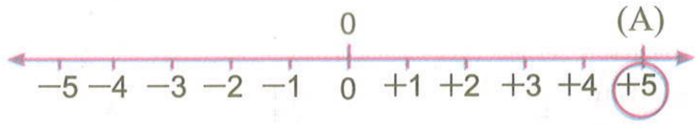
(c) 5 मीटर नीचे उतरना। (d) समुद्र तल से 100 मीटर ऊपर।

उदाहरण : निम्नलिखित संख्याओं को संख्या–रेखा पर दिखाइए।

(a) –3 (b) +5

हल :

(a)


(b)


उदाहरण : –7 और –13 के बीच में पूर्णांकों को लिखिए।

हल : –12, –11, –10, –9, –8

"JCERT Text book for Free Distribution : 2021-22"

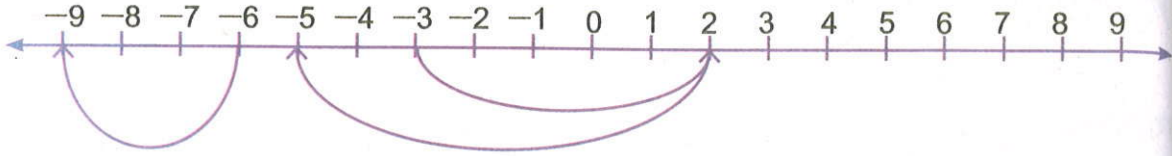
उदाहरण : एक संख्या रेखा बनाइए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(a) यदि हम −3 के दाईं ओर 5 इकाई चलें, तो हम किस संख्या पर पहुँच जाएँगे?

(b) यदि 2 के बाईं ओर 7 इकाई चलें तो हम किस संख्या पर पहुँच जाएँगे?

(c) यदि हम संख्या रेखा के −6 पर हैं, तो −9 पर पहुँचने के लिए हमें किस दिशा में और कितने इकाई चलना होगा?

हल :



(a) −3 के दाईं ओर 5 इकाई चलने पर हम 2 पर पहुँच जाएँगे।

(b) 2 के बाईं ओर 7 इकाई चलने पर हम −5 पर पहुँच जाएँगे।

(c) यदि हम संख्या रेखा के −6 पर है, तो −9 पर पहुँचने के लिए हमें बाईं ओर तीन इकाई चलना होगा।

उदाहरण : इनके मान लिखिए :

(a) $|-11|$ (b) $|+5|$ (c) $|-8|$ (d) $|+3|$

हल : (a) $|-11| = 11$ (b) $|+5| = 5$

(c) $|-8| = 8$ (d) $|+3| = 3$

उदाहरण : पूर्णांकों की तुलना (>, =, <) चिह्न लगाकर कीजिए।

(a) (+6), (−7) (b) (+9), (+5) (c) (−3), (−1) (d) (−5), 0

हल : (a) $(+6) > (-7)$ (b) $(+9) > (+5)$

(c) $(-3) < (-1)$ (d) $(-5) < 0$

प्रश्नावली 3.1

(1) निम्नलिखित में धनात्मक एवं ऋणात्मक पूर्णांकों को पहचानिए।

(a) 4, $\frac{3}{2}$, (+2), $\frac{+7}{+4}$, 0, −5 (b) −11, 51, 4.5, $\frac{5}{6}$, −7, $\frac{}{5}$

(2) निम्नलिखित के विपरीत (Opposite) लिखिए।

(a) 10 किलोग्राम भार में वृद्धि। (b) पश्चिम की ओर जाना।

(c) −80 (d) समुद्र तल से 100 मीटर ऊपर।

(e) ₹500 की हानि।

(3) निम्नलिखित में प्रयुक्त संख्याओं को उचित चिह्न ('+' या '–') लगाकर पूर्णांकों के रूप

(a) एक हवाई जहाज भूमि से दो हजार पाँच सौ मीटर की ऊँचाई पर उड़ रहा है।

(b) एक पनडुब्बी समुद्र तल से 800 मीटर की गहराई में चल रही है।

(c) 0^0 C से 10^0 C ऊपर का तापमान।

(d) बैंक खाते में ₹100 जमा करना।

(e) 100 रुपया की हानि।

(4) निम्नलिखित संख्याओं को संख्या रेखा पर दर्शाइए।

(a) +8 (b) –6 (c) –2 (d) +7 (e) –5

(5) नीचे दिए हुए पूर्णांकों के बीच के सभी पूर्णांकों को बढ़ते हुए क्रम में लिखिए।

(a) 0 और –7 (b) –3 और 3 (c) –5 और 0 (d) –8 और –15

(6) निम्नलिखित प्रत्येक युग्मों में कौन–सी संख्या, संख्या रेखा पर दाईं ओर स्थित है?

(a) 2, 8 (b) –3, –8 (c) 0, –1 (d) 0, –5 (e) –6, 6 (f) –15, 12

(7) निम्नलिखित में से कौन–सा कथन सत्य है?

(a) सबसे छोटी ऋणात्मक पूर्णांक 0 है।

(b) –26 पूर्णांक –25 से बड़ा है।

(c) संख्या रेखा पर –7, –11 के दाईं ओर स्थित है।

(d) संख्या रेखा पर –50, –100 के दाईं ओर स्थित है।

(e) ऋणात्मक संख्याएँ, शून्य से बड़ी होती है।

(8) वर्ष के किसी विशेष दिन को, भारत के पाँच स्थानों पर रहे तापमानों की सूची नीचे दी गई है–

स्थान	तापमान
सियाचीन	0^0 C से 10^0 नीचे
शिमला	0^0 C से 2^0 C नीचे
राँची	0^0 C से 30^0 C ऊपर
दिल्ली	0^0 C से 20^0 C ऊपर
श्रीनगर	0^0 C से 5^0 C नीचे

(a) इन स्थानों के तापमान को पूर्णांक के रूप में लिखिए।

(b) कौन–सा स्थान सबसे ठंडा है?

(9) (a) –15 से बड़ा चार ऋणात्मक पूर्णांक लिखिए।

(b) –15 से छोटा चार ऋणात्मक पूर्णांक लिखिए।

(10) एक संख्या रेखा खींचिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(a) यदि हम –2 के दाईं ओर 4 इकाई चलें, तो किस संख्या पर पहुँच जाएँगे?

(b) यदि हम 1 के दाईं ओर 4 इकाई चलें तो, किस संख्या पर पहुँच जाएँगे?

(c) यदि हम संख्या रेखा में –3 पर है तो –9 पर पहुँचने के लिए हमें किस दिशा और कितने इकाई चलना चाहिए?

(d) यदि हम संख्या रेखा में –6 पर हैं, तो –1 पर पहुँचने के लिए, हमें किस दिशा और कितने इकाई चलना चाहिए?

(11) इनके मान लिखिए–

(a) |–7| (b) |+11| (c) |–9| (d) |+6|

(12) निम्नलिखित पूर्णांकों के युग्म में कौन बड़ा है?

(a) (+8), (–9) (b) (+7), (+9) (c) (–5), (–2) (d) (–2), 0

(13) निम्नलिखित पूर्णांकों के परवर्ती लिखिए।

(a) –7 (b) –1 (c) 0 (d) –100

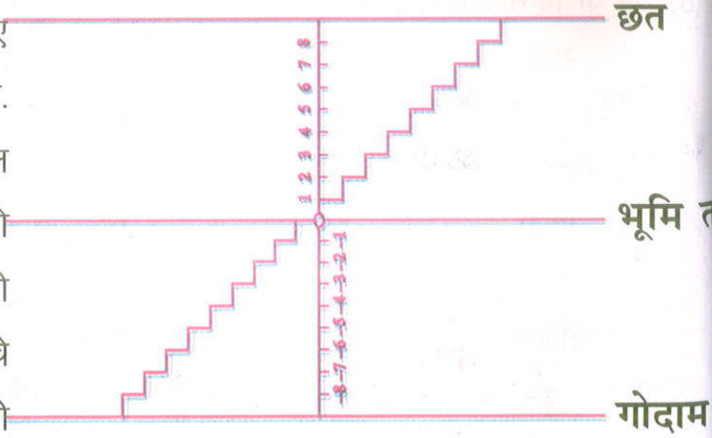
(14) निम्नलिखित पूर्णांकों के पूर्ववर्ती लिखिए।

(a) 0 (b) 1 (c) –49 (d) 1000

3.6 पूर्णांकों का योग (Addition of Integers):

क्रियाकलाप (ऊपर और नीचे जाना)

दीपक के घर में छत पर जाने के लिए और नीचे गोदाम में जाने के लिए सीढ़ियाँ बनी हुई है। यदि हम भूमि तल को संख्या 0 से निरूपित करते हैं, तो छत पर जाने के लिए सीढ़ियों की संख्या को धनात्मक पूर्णांक और नीचे गोदाम में जाने के लिए सीढ़ियों की संख्या को ऋणात्मक पूर्णांक मानेंगे।



आइए, निम्नलिखित निर्देशों को पूर्णांकों के रूप में लिखते हैं ।

(a) भूमि तल से 5 सीढ़ी ऊपर चलिए।

+5 (ऊपर जाने के लिए सीढ़ियों की संख्या को धनात्मक पूर्णांक लिया गया है।)

(b) भूमि तल से 4 सीढ़ी नीचे चलिए।

– 4(नीचे जाने के लिए सीढ़ियों की संख्या को ऋणात्मक पूर्णांक लिया गया है।)

(c) भूमि तल से 5 सीढ़ी ऊपर चलिए और फिर वहाँ से 2 सीढ़ी और ऊपर चलिए।

$(+5) + (+2) = +7$

(d) भूमि तल से 3 सीढ़ी नीचे चलिए और फिर वहाँ से 2 सीढ़ी और नीचे चलिए।

$(-3) + (-2) = -5$

(e) भूमि तल से 6 सीढ़ी नीचे चलिए और फिर वहाँ से 11 सीढ़ी ऊपर चलिए।

$(-6) + (+11) = +5$

(f) भूमि तल से 7 सीढ़ी नीचे चलिए और फिर वहाँ से 5 सीढ़ी ऊपर चलिए।

$(-7) + (+5) = -2$

(g) भूमि तल से 5 ऊपर चलिए और फिर वहाँ से 9 सीढ़ी नीचे चलिए।

$(+5) + (-9) = -4$

क्रियाकलाप

पर्याप्त संख्या में दो विभिन्न रंगों (मान लीजिए – लाल और नीला) के कागज़ का वर्ग बनाइए।

1 धनात्मक को दर्शाता है। 2 धनात्मक को दर्शाता है।

1 ऋणात्मक को दर्शाता है। 2 ऋणात्मक को दर्शाता है।

3.6.1 दो धनात्मक पूर्णांकों को जोड़ना

मान लीजिए 2 और 3 को जोड़ना हैं। चूँकि दोनों पूर्णांक धनात्मक हैं। इसलि सभी वर्ग लाल रंग के होंगे 2 लाल वर्ग और 3 लाल वर्गों को एक ही पंक्ति में नीचे दिखा अनुसार रखिए।

अतः $2 + 3 = 5$

3.6.2 दो ऋणात्मक पूर्णांकों को जोड़ना :

चूँकि, दोनों पूर्णांक ऋणात्मक हैं। इसलिए, सभी वर्ग नीले रंग के होंगे।

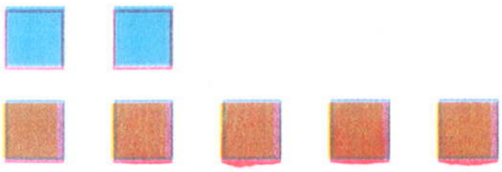
कुल हुए

अतः $(-3) + (-4) = (-7)$

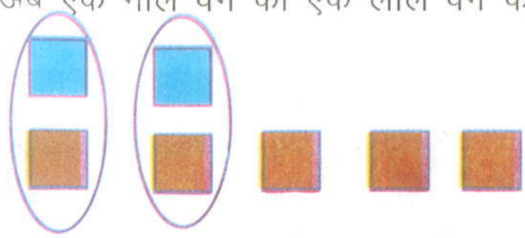
3.6.3 एक ऋणात्मक पूर्णांक और एक धनात्मक पूर्णांक को जोड़ना :

(i) $(-2) + (5)$

यहाँ 2 नीले वर्ग और 5 लाल वर्गों को नीचे दर्शाए अनुसार दो अलग–अलग पंक्तियों में रखिए।



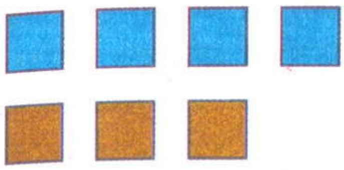
अब एक नीले वर्ग को एक लाल वर्ग के साथ घेरा लगाइए।



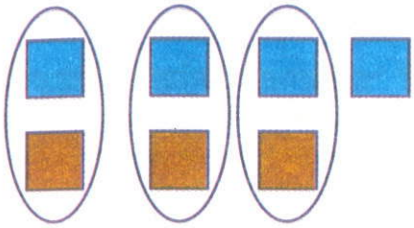
शेष बचे वर्गों की संख्या को उनके रंग के साथ लिखिए। यहाँ लाल रंग के 3 वर्ग शेष है। अतः $(-2) + (5) = 3$

(ii) (−4) + 3

यहाँ 4 नीले वर्ग और 3 लाल वर्गों को नीचे दर्शाए अनुसार दो अलग–अलग पंक्तियों में रखिए।



अब एक नीले वर्ग और एक लाल वर्ग को लेकर घेरा बनाइए।



शेष बचे वर्गों की संख्या को उनके रंग के साथ लिखिए। यहाँ नीले रंग का एक वर्ग शेष बचता है। अतः (−4) + 3 = − 1

कोई दो पूर्णांक a और b के लिए इस सारणी को पूरा कीजिए –

a	b	a + b	योग
3	2	3 + 2	5
− 3	− 2	−3 + (−2)	−5
− 2	5	−2 + 5	3
4	− 3	4 + (−3)	1
− 4	3	−4 + 3	....
− 7	− 1	....	....
− 10	3	....	....
6	− 4	....	....
		......	......

3.7 पूर्णांकों के योग के नियम (Rules for addition of Integers):

उपरोक्त क्रियाकलाप के आधार पर

▲ **नियम 1 :** यदि दो धनात्मक या दो ऋणात्मक पूर्णांकों को जोड़ना हो, तो इनके चिह्नों को छोड़ते हुए पूर्णांकों को जोड़िए तथा प्राप्त योगफल के साथ बड़े पूर्णांक का चिह्न लगा दीजिए।

जैसे : (+3) + (+2) = + 5 [3 + 2 = 5]

(−3) + (−2) = −5 [3 + 2 = 5]

▲ **नियम 2 :** यदि एक धनात्मक पूर्णांक को एक ऋणात्मक पूर्णांक से जोड़ना हो, तो उनका योग ज्ञात करने के लिए उनके चिह्नों को छोड़ते हुए बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटाइए तथा बड़ी संख्या का चिह्न लगा दीजिए।

जैसे : (+5) + (−8) = −3 [8 − 5 = 3]

(−5) + (+8) = +3 [8 − 5 = 3]

प्रयास कीजिए

(1) निम्नलिखित का योग ज्ञात कीजिए।

(a) (+10) + (+6) (b) (−9) + (−3)

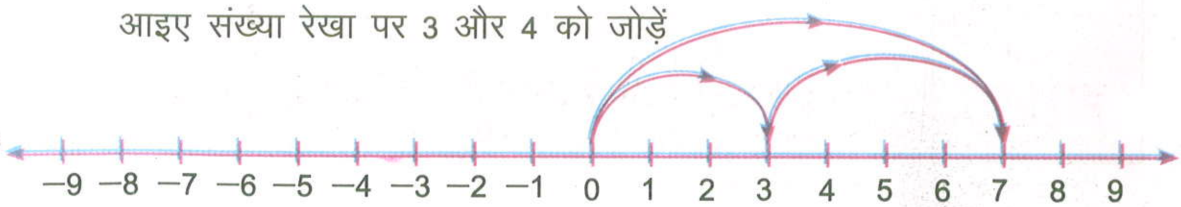
(c) (−7) + (+8) (d) (+12) + (−17)

3.8 संख्या रेखा पर पूर्णांकों का योग (Addition of Integers on Number line) :

आइए, संख्या रेखा पर पूर्णांकों के योग को समझने का प्रयास करते हैं।

3.8.1 दो धनात्मक पूर्णांकों का संख्या रेखा पर योग

आइए संख्या रेखा पर 3 और 4 को जोड़ें

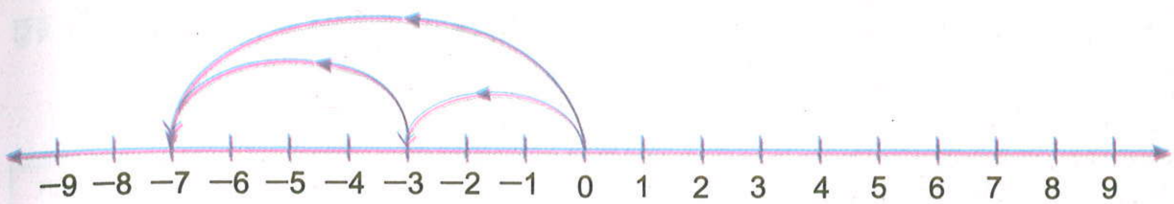


संख्या रेखा पर हम 0 से प्रारंभ करके 0 के दाईं ओर 3 इकाई बढ़ते हैं। और संख्या 3 पर पहुँचते हैं। फिर हम 3 के दाईं ओर 4 इकाई बढ़ते हैं और 7 पर पहुँचते हैं। इस प्रकार, हमें 3 + 4 = 7 प्राप्त होता है।

3.8.2 दो ऋणात्मक पूर्णांकों का संख्या रेखा पर योगः

आइए, अब संख्या रेखा पर –3 और –4 को जोड़ें

(–3) + (–4) = -7



संख्या रेखा पर हम 0 से प्रारंभ करके 0 के बाईं ओर 3 इकाई बढ़ते हैं। इस तरह हम –3 पर पहुँचते हैं। फिर हम –3 के बाईं ओर 4 इकाई बढ़ते हैं और –7 पर पहुँचते हैं।

इस प्रकार, हमें (–3) + (–4) = –7 प्राप्त होता है।

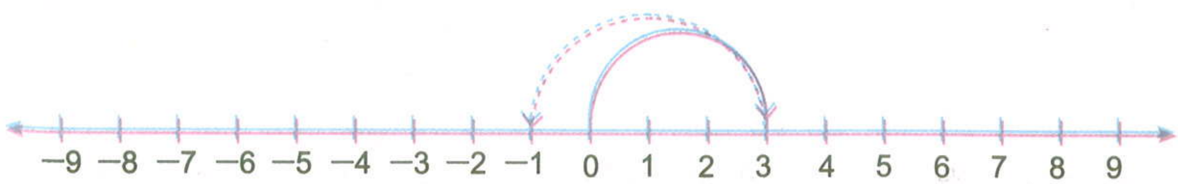
उपरोक्त उदाहरणों से हम पाते हैं कि :

- दो धनात्मक पूर्णांकों का योग एक धनात्मक पूर्णांक होता है।
- दो ऋणात्मक पूर्णांकों का योग एक ऋणात्मक पूर्णांक होता है।

3.8.3 एक धनात्मक एवं एक ऋणात्मक पूर्णांकों का संख्या रेखा पर योग :

(a) आइए हम संख्या रेखा पर (+3) और (–4) को जोड़ें

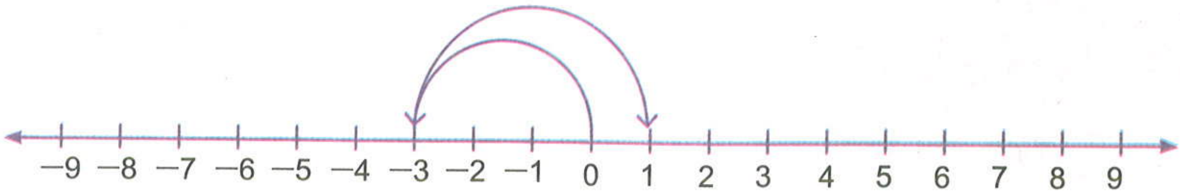
(+3) + (–4) = –1



संख्या रेखा पर पहले हम 0 से प्रारंभ करके 0 के दाईं ओर 3 इकाई बढ़ते हैं और 3 पर पहुँचते हैं। फिर, हम 3 के बाईं ओर 4 इकाई बढ़ते हैं और –1 पर पहुँचते हैं। इस प्रकार, (+3) + (–4) = –1

(b) इसी प्रकार, आइए हम संख्या रेखा पर (–3) और (+4) को जोड़े –

$$(-3) + (+4) = 1$$



संख्या रेखा पर पहले हम 0 से प्रारंभ करके 0 के बाईं ओर 3 इकाई चलते हैं और –3 पर पहुँचते हैं। फिर हम 3 के दाई ओर 4 इकाई चलते हैं और 1 पर पहुँचते हैं। इस प्रकार $(-3) + (+4) = 1$

उपरोक्त उदाहरणों से हम पाते हैं कि :

* जब हम किन्हीं दो विपरीत चिह्नों वाले पूर्णांकों को जोड़ते हैं तो उनके विशुद्ध मानों के बीच अंतर निकालकर प्राप्त फल के पहले बड़े विशुद्ध मान वाले पूर्णांक का चिह्न लगा देते हैं।

प्रयास कीजिए

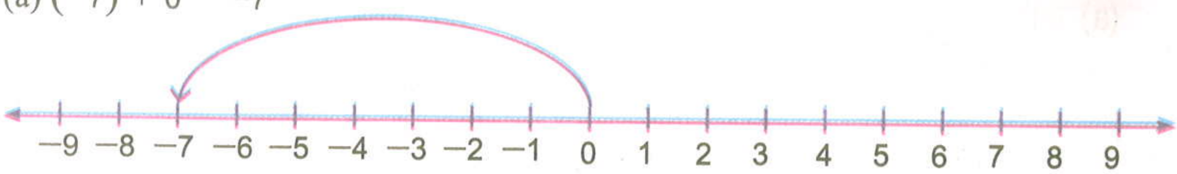
(1) संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए योग ज्ञात कीजिए –

(a) $(-2) + 5$ (b) $(-3) + (-5)$ (c) $(+5) + (-3)$

3.9 योज्य तत्समक (Additive Identity) :

आइए, संख्या रेखा की सहायता से इन्हें जोड़ते हैं।

(a) $(-7) + 0 = -7$

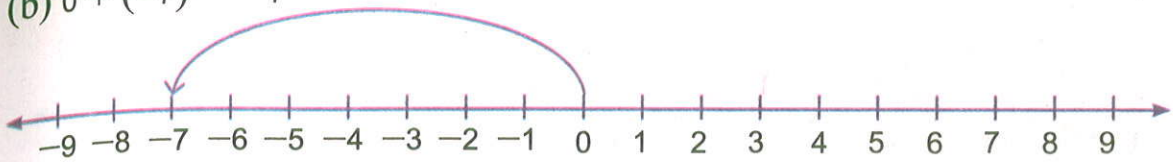


संख्या रेखा पर पहले हम 0 से प्रारंभ करके 0 के बाईं ओर 7 इकाई आगे बढ़ने पर (–7) पर पहुँचते हैं। चूँकि अब हम (–7) में 0 जोड़ना है। जिसका अर्थ हुआ कि हम (–7) से दायें या बायें एक भी इकाई आगे नहीं बढ़ेंगे।

अर्थात हम उसी स्थान (–7) पर रहेंगे।

अत : $(-7) + 0 = -7$

(b) 0 + (–7) = –7



हम संख्या रेखा पर 0 से प्रारंभ कर 7 इकाई आगे बढ़ते हैं। इस प्रकार हम (–7) पर पहुँचते हैं।

अत : **0 + (–7) = –7**

* जब हम किसी पूर्णांक में शून्य (0) को जोड़ते हैं तो हमें वही पूर्णांक प्राप्त होता है। व्यापक रूप में, किसी भी पूर्णांक a के लिए

$$a + 0 = a = 0 + a$$

अतः **शून्य (0) को पूर्णांकों का योज्य तत्समक कहा जाता है।**

क्या आप बता सकते हैं?

प्रयास कीजिए

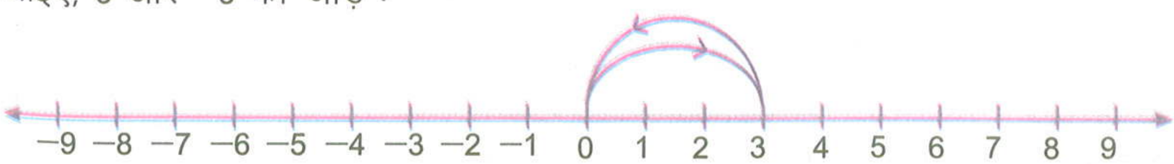
(i) (–8) + 0 = ----------- (ii) 0 + (–8) = ---------

(iii) 0 + 23 = ------------ (iv) 23 + 0 = ----------

(v) – 11 + ------- = –11 (vi) --- + 0 = (–3)

3.10 योज्य प्रतिलोम (Additive Inverse):

आइए, 3 और –3 को जोड़ें :

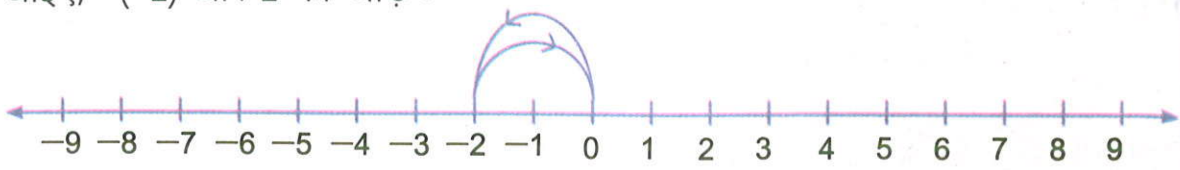


पहले हम 0 से प्रारंभ करके 0 के दाईं ओर 3 इकाई बढ़ते हैं और 3 पर पहुँचते हैं। फिर हम 3 के बाईं ओर 3 इकाई चलते हैं। अन्त में हम कहाँ पहुँचते हैं?

आकृति से स्पष्ट है कि हम 0 पर पहुँच जाते हैं।

अतः **3 + (–3) = 0**

आइए, (–2) और 2 को जोड़ें :



पहले हम 0 से प्रारंभ करके 0 के बाईं ओर 2 इकाई बढ़ कर (–2) पर पहुँचते हैं। फिर हम (–2) के दाईं ओर 2 इकाई बढ़ते हैं। अंत में हम कहाँ पहुँचते हैं?

आकृति से स्पष्ट है कि हम 0 पर पहुँच जाते हैं।

अतः $(-2) + 2 = 0$

निम्नलिखित सारणी का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए।

कोई पूर्णांक (a)	विपरीत संख्या (–a)	इनका योगफल a + (–a)	परिमाण	एक दूसरे के योज्य प्रतिलोम
1	–1	1 + (–1)	0	1 एवं –1
2	–2	2 + (–2)	0	2 एवं –2
3	–3	3 + (–3)	0	3 एवं –3
4	–4	4 + (–4)	0	4 एवं –4
5	–5	5 + (–5)	0	5 एवं –5

उपरोक्त उदाहरणों से हम कह सकते हैं कि :

* किसी पूर्णांक को उसके विपरीत पूर्णांक (दर्पण प्रतिबिम्ब) में जोड़ने पर 0 प्राप्त होता हो, तो दोनों पूर्णांक एक दूसरे के योज्य प्रतिलोम कहलाते है।

व्यापक रूप में, यदि a कोई पूर्णांक है, तो

$$a + (-a) = 0 = (-a) + a$$

ऐसी संख्याएँ एक दूसरे के योज्य प्रतिलोम (Additive Inverse) कहलाते हैं।

जैसे 3 का योज्य प्रतिलोम (–3) है। तथा (–3) का योज्य प्रतिलोम 3 है।

उदाहरण : संख्या रेखा का प्रयोग किये बिना योग ज्ञात कीजिए।

(पूर्णांकों के योग नियम से)

(a) $(+4) + (+7)$ **(b)** $(+6) + (-8)$ **(c)** $(-3) + (-6)$ **(d)** $(-250) + (+150)$

हल : (a) $(+4) + (+7) = +11$ अर्थात् 11

(b) $(+6) + (-8) = (-2)$ अर्थात् -2

(c) $(-3) + (-6) = (-9)$ अर्थात् -9

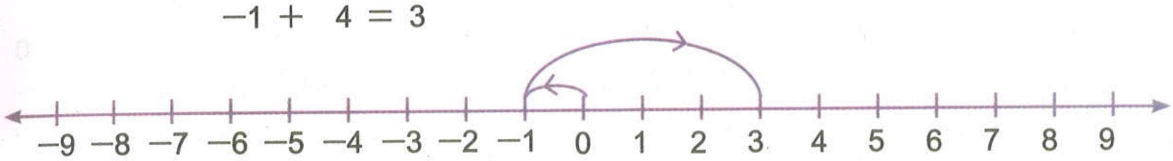
(d) $(-250) + (+150) = (-100)$ अर्थात् -100

उदाहरण : संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए वह पूर्णांक लिखिए जो

(a) -1 से 4 अधिक है। (b) (-5) से 4 अधिक है।

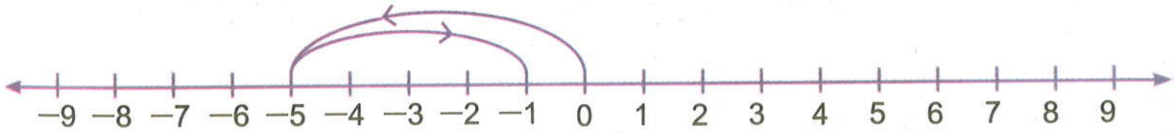
हल : (a) -1 से 4 अधिक

$-1 + 4 = 3$



(b) (-5) से 4 अधिक

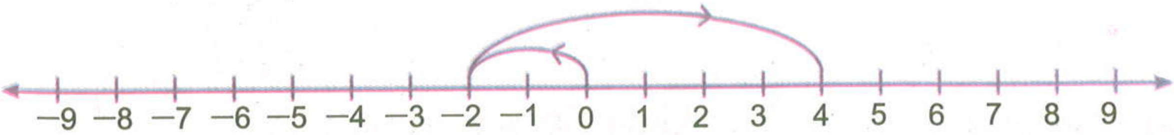
$-5 + 4 = -1$



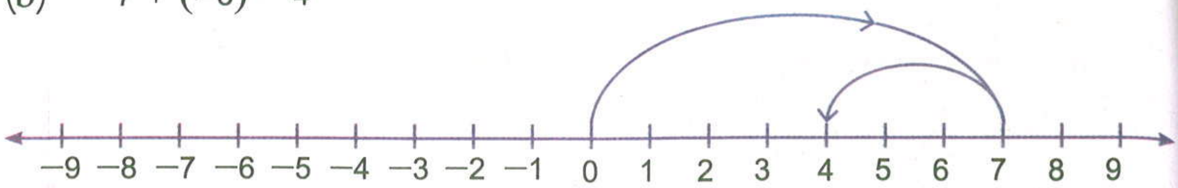
उदाहरण : संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित पूर्णांकों का योगफल ज्ञात कीजिए

(a) $(-2) + 6$ (b) $7 + (-3)$ (c) $(-1) + 2 + (-5)$

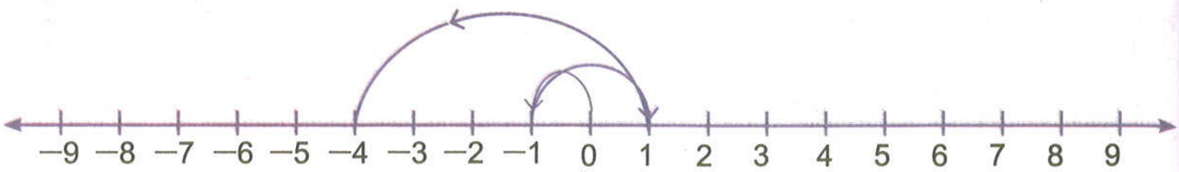
हल : (a) $(-2) + 6 = 4$



(b) $7 + (-3) = 4$



(c) $(-1) + 2 + (-5) = -4$



उदाहरण : निम्नलिखित का योग ज्ञात कीजिए।

(a) 128 और − 327 (b) − 57 और 57

हल : (a) $128 + (-327) = -199$ (b) $-57 + 57 = -57 + 57 = 0$

उदाहरण : मान निकालें–

(a) $(-9) + (+4) + (-6) + (+3)$ (b) $30 + (-23) + (-63) + 55$

हल : (a) हम संख्याओं को इस प्रकार पुनर्व्यवस्थित कर सकते हैं कि धनात्मक पूर्णांक एक समूह में हो और ऋणात्मक पूर्णांक एक समूह में हो।

इस प्रकार,

$$(-9) + (+4) + (-6) + (+3)$$
$$= (-9) + (-6) + (+4) + (+3)$$
$$= (-15) + (+7) = (-8) = -8$$

(b) $30 + (-23) + (-63) + 55$

$= 30 + 55 + (-23) + (-63) = 85 + (-86) = -1$

उदाहरण : इनके योज्य प्रतिलोम लिखिए :–

(a) 15 (b) − 7

हल : (a) −15 (b) +7

उदाहरण : नीचे के कथनों को सही या गलत चिह्नित कीजिए।

(a) + 9 का योज्य प्रतिलोम −9 है। (b) (+3) + (−3) = 0 है।
(c) − 35 का योज्य प्रतिलोम − 0 है। (d) − 7 + 0 = −7

हल : (a) सही (b) सही (c) गलत (d) सही

प्रश्नावली 3.2

(1) संख्या रेखा का प्रयोग किये बिना योग ज्ञात कीजिए

(a) 12 + (−7) (b) (−13) + (+18) (c) (−217) + (−100)

(d) (−450) + (−350) (e) (+215) + (+185) (f) (+14) + (−14)

(2) संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए वह पूर्णांक ज्ञात कीजिए जो −

(a) 5 से 3 अधिक है। (b) −3 से 7 अधिक है।

(c) −2 से 3 कम है। (d) 4 से 9 कम है।

(3) संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित पूर्णांकों का योगफल ज्ञात कीजिए

(a) (−2) + (-4) (b) 9 + (−6)

(c) (−1) + (−2) + 2 (d) (−2) + 8 (−4)

(4) निम्नलिखित का योग ज्ञात कीजिए

(a) 136 और −324 (b) 576 और −176

(c) −515, 15 और 215 (d) −74 और 74

(5) मान निकालिए

(a) 4 + (−7) + (−9) + 16 (b) (−5) + (−16) + 20 + (−26)

(c) (−10) + (−170) + (+180) + (−16) (d) 8 + (−15) + 12 (−3)

(6) इनके योज्य प्रतिलोम लिखिए।

(a) − 4 (b) + 27 (c) −100 (d) 1

(7) नीचे के कथनों को सही या गलत चिह्नित कीजिए।

(a) -1 का योज्य प्रतिलोम 1 है।
(b) $23+(-23)=0$ है।
(c) $-11+0=0$ है।
(d) $0+7=7$ है।
(e) $(-4)+6=-2$ है।
(f) $(-10)+(-15)=-25$ है।

(8) निम्नांकित सारणी को पूर्ण कीजिए।

+	−5	−4	−2	0	3	6
5	0	1	3	5	8	11
4						
2						
0						
−3						
−6						

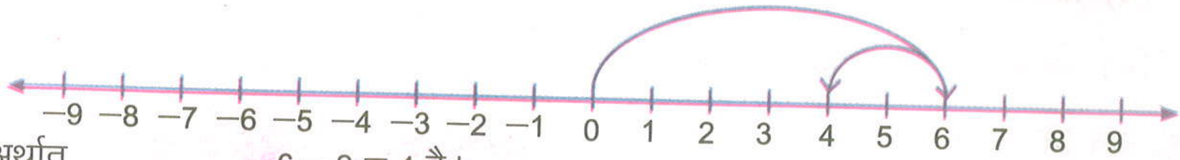
उपरोक्त सारणी से, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(a) पूर्णांकों के उन सभी युग्मों को लिखिए जिनका योग 0 है।
(b) क्या $0+(-4)=-4$ है?
(c) $0+0=$ ....
(d) $(-3)+(-4)=$ ....
(e) $(-6)+3=$ ....

3.11 पूर्णांकों का व्यवकलन (घटाना) (Subtraction Integers):

आइए, ज्ञात कीजिए : $6-2$

पूर्ण संख्याओं के लिए संख्या रेखा का प्रयोग करते समय हमने देखा था कि 6 में से 2 घटाने के लिए हम 2 इकाई बाईं ओर आगे बढ़ते हैं। इस तरह,

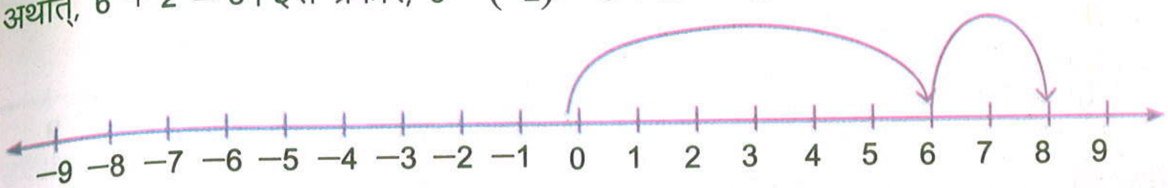


अर्थात्, $6-2=4$ है।

अब ज्ञात कीजिए : $6-(-2)$

$6-(-2)$ का हल निकालने के लिए संख्या रेखा पर 6 से शुरू कर बाईं ओर चलेंगे या दाईं ओर? यदि हम बाईं ओर चले तो 4 पर पहुँचेंगे। अर्थात $6-(-2)=4$, जो सही नहीं है,क्योंकि हम जानते हैं कि $6-2=4$ होता है। इस प्रकार, $(6-2)$, $6-(-2)$ बराबर नहीं है। अतः हमें दाईं ओर चलना पड़ेगा।

अर्थात्, $6 + 2 = 8$ । इस प्रकार, $6 - (-2) = 6 + 2 = 8$



अर्थात्, **जब हम ऋणात्मक पूर्णांक घटाते हैं, तो हमें एक बड़ा पूर्णांक प्राप्त होता है।**

आइए, दूसरी तरह से इस पर विचार करते हैं। हम जानते हैं कि (-2) का योज्य प्रतिलोम 2 है। अतः इससे ऐसा प्रतीत होता है कि 6 में -2 के योज्य प्रतिलोम जोड़ने का वही अर्थ है, जो 6 में से (-2) को घटाने का है।

संक्षेप में,

(i) $6 + (-2$ के योज्य प्रतिलोम$) = 6 + 2 = 8$

(ii) $6 - (-2) = 6 + 2 = 8$

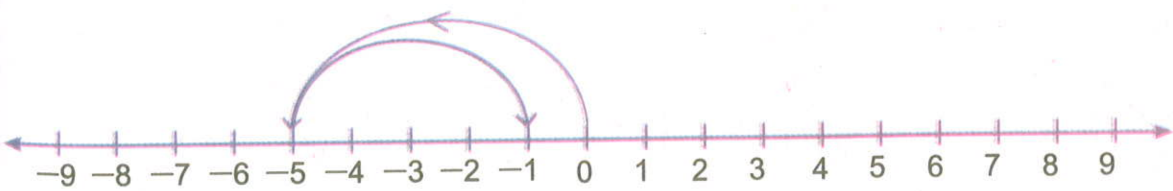
उदाहरण :– $5 - (-4)$ का मान संख्या रेखा की सहायता से ज्ञात कीजिए।

हल :– $5 - (-4)$

$= -5 + (-4$ का योज्य प्रतिलोम$) = -5 + 4$

अर्थात्, $-5 + 4 = -1$ है।

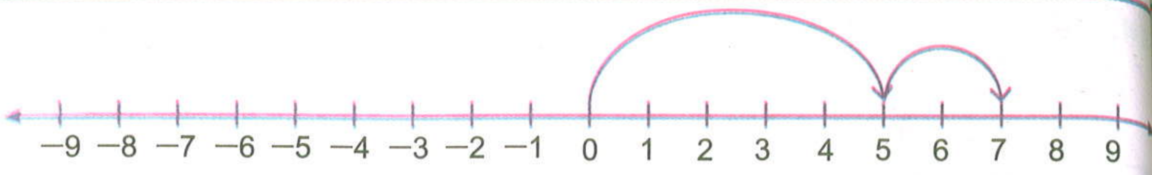
इस प्रकार, $-5 - (-4) = -1$ होगा।



उदाहरण : संख्या रेखा की सहायता से $5 - (-2)$ को ज्ञात कीजिए।

हल : $5 - (-2) = 5 + (-2$ का योज्य प्रतिलोम$) = 5 + 2$

अर्थात्, $5 + 2 = 7$ इस प्रकार $5 - (-2) = 7$



उदाहरण : (–10) मे से (–5) को घटाइए।

हल : –10 – (–5) = –10 + (–5 का योज्य प्रतिलोम)

= –10 + 5 = – 5

उदाहरण : (–3) में से (+3) को घटाइए।

हल : (–3) – (+3) = (–3) + (+3 का योज्य प्रतिलोम)

= (–3) + (–3) = – 6

पूर्णांकों के व्यवकलन के नियम (Rule for Subtraction of Integers)

(1) एक पूर्णांक में से एक अन्य पूर्णांक घटाने के लिए यह आसान होगा कि घटाए जाने वाले पूर्णांक के योज्य प्रतिलोम को दूसरे पूर्णांक में जोड़ लिया जाए।

जैसे : 6 – (–4) = 6 + 4 = 10

(–3) – (–5) = –3 + 5 = 2

व्यापक रूप से, किन्हीं दो पूर्णांक a और b के लिए :

$a - b = a + (-b)$

याद रखिए

(a) यदि किसी पूर्णांक से उसी पूर्णांक को घटाया जाय तो फल शून्य होता है।
जैसे : (+3) – (+3) = 0 (–5) – (–5) = 0

(b) किसी पूर्णांक से 0 घटाने पर पूर्णांक अपरिवर्तित रहता है।
जैसे : (+2) – 0 = (+2) (–6) – 0 = (–6)

(c) 0 से कोई पूर्णांक घटाने पर पूर्णांक का जोड़ का योज्य प्रतिलोम मिलता है।
जैसे : 0 – (+3) = (–3) 0 – (–7) = (+7)

(d) ऋणात्मक संख्या का ऋणात्मक एक धनात्मक संख्या होती है
जैसे : –(–2) = + 2

(e) किसी पूर्णांक a के लिए –
+ (–a) = – a , – (–a) = a, – (+a) = –a एवं + (+ a) = a

उदाहरण : इनके मान लिखिए।

(a) $-(-7)$ (b) $-(+5)$

हल : (a) 7 (b) -5

उदाहरण : घटाइए

(a) $35 - 20$ (b) $(-20) - (+13)$

(c) $(-7) - (-5)$ (d) $23 - (-12)$

हल : (a) $35 - 20 = 15$ (b) $(-20) - (+13) = -20 - 13 = -33$

(c) $(-7) - (-5) = -7 + 5 = -2$ (d) $23 - (-12) = 23 + 12 = 35$

उदाहरण : रिक्त स्थानों को >, < या = से भरिए।

(a) $(-3) + (-6)$ …… $(-3) - (-6)$

(b) $(-25) - (-48)$…… $(-48) - (-25)$

हल : (a) $(-3) + (-6) = -3 - 6 = -9$

और $(-3) - (-6) = -3 + 6 = 3$

चूँकि $-9 < 3$ अतः $(-3) + (-6) < (-3) - (-6)$

(b) $(-25) - (-48) = -25 + 48 = 23$

और $(-48) - (-25) = -48 + 25 = -23$

चूँकि $23 > -23$ $\therefore (-25) - (-48) > (-48) - (-25)$

उदाहरण : रिक्त स्थानों को भरिए।

(a) $(-7) +$ …… $= 0$ (b) $12 +$ ……….. $= 0$

हल : (a) 7, चूँकि –7 का योज्य प्रतिलोम 7 होता है।

अतः $(-7) + 7 = 0$

(b) –12, चूँकि 12 का योज्य प्रतिलोम -12 होता है।

अतः $12 + (-12) = 0$

उदाहरण : निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए।

(a) $(-7) - 8 - (-25)$ (b) $(-7) + (-8) - (+10) - (-90)$

हल : (a) $(-7) - 8 - (-25)$

$= -7 - 8 + 25 = -15 + 25 = 10$

(b) $(-7) + (-8) - (+10) - (-90)$

$= (-7) + (-8) + (-10) + (+90)$

$= [(-7) + (-8) + (-10)] + (+90)$

$= (-25) + (+90) \quad = + 65$

प्रश्नावली 3.3

(1) इनके मान लिखिए

(a) $-(-10)$ (b) $-(-1)$ (c) $-(+13)$ (d) $-(+3)$

(2) घटाइए :

(a) $37 - 20$ (b) $72+(-90)$ (c) $(-15)-(-18)$

(d) $-32-(-40)$ (e) $(-9)-(27)$ (f) $(-8)-(-10)$

(3) रिक्त स्थानों को >, < या = से भरिए।

(a) $(-4) + (-6)$ …… $(-4)-(-6)$ **(b)** $(-21)-(-10)$ ……$(-31) + (-11)$

(c) $(-25)-(-42)$……$(-42)-(-25)$ **(d)** $(-35)-(-40)$ ……$(-40)-(-35)$

(4) रिक्त स्थानों को भरिए।

(a) $(-8) +$ ……… $= 0$ (b) $27 + (-27) =$ ………

(c) $-16 +$ ……… $= 18$ (d) $222 + 0 =$ ………

(e) $(-4) +$ ………$= -18$ (f) $15 +$ ……… $= 0$

5) निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $(-5) + (-16) + 20 + (-26)$ (b) $(-13) + 32 - 8 - 1$

(c) $(-7) + (-8) + (-90)$ (d) $36 - (-6) + (30)$

(6) निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(a) (+7) से कितना घटाने पर (–12) होगा ?

(b) (–3) से कितना घटाने पर (–11) होगा ?

(c) (–10) से कितना घटाने पर (–7) होगा ?

(d) एक आदमी 15 किमी पूरब की ओर चलकर फिर 17 किमी वापस लौट गया। अब वह अपने प्रारंभिक स्थान से किस दिशा में और कितनी दूर है?

+ (−11)
− (−35)

याद रखिए

▲ पूर्ण संख्याओं के साथ ऋणात्मक संख्याओं का संग्रह, पूर्णांकों का संग्रह कहलाता है। जैसे: ...−4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4 ...

▲ संख्याएँ 1, 2, 3, 4 ... धनात्मक पूर्णांक तथा −1, −2, −3, −4... ऋणात्मक पूर्णांक कहलाती है।

▲ शून्य (0) न तो धनात्मक है और न ऋणात्मक यह केवल एक पूर्णांक है।

▲ संख्या रेखा पर दाईं ओर का पूर्णांक अपने बाईं ओर के पूर्णांक से बड़ा होता है।

▲ कोई संख्या जितनी बड़ी होगी उसका ऋणात्मक उतनी ही छोटी होगी।

जैसे : $27 > 15$, $-27 < -15$

▲ किसी पूर्णांक का विशुद्ध मान हमेशा धनात्मक होता है।

▲ प्रत्येक पूर्णांक का एक परवर्ती एवं एक पूर्ववर्ती होता है।

▲ यदि दो धनात्मक या दो ऋणात्मक पूर्णांकों को जोड़ना हो तो इनके चिह्नों को छोड़ते हुए, हम पूर्णांकों को जोड़ते हैं तथा प्राप्त योगफल के साथ इन दोनों पूर्णांकों का चिह्न लगा देते हैं।

▲ यदि एक धनात्मक और एक ऋणात्मक पूर्णांकों को जोड़ना हो तो इनके चिह्नों को छोड़ते हुए, हम पूर्णांकों को जोड़ते हैं या छोटी संख्या को बड़ी संख्या में से घटाते हैं तथा बड़ी संख्या का चिह्न लगा देते हैं।

▲ 0 पूर्णांकों का योज्य तत्समक है जैसे : $(-7) + 0 = -7$

▲ किसी पूर्णांक को उसके विपरीत पूर्णांक में जोड़ने पर 0 प्राप्त होता है।

जैसे : $(-2) + 2 = 0 = 2 + (-2)$ ऐसी संख्याएँ एक दूसरे के योज्य प्रतिलोम हैं।

▲ ऋणात्मक संख्या का ऋणात्मक एक धनात्मक संख्या होती है।

जैसे : $-(-3) = +3$

▲ व्यवकलन योग का विपरीत है अर्थात $a - b = a + (-b)$

या। अब

"JCERT Text book for Free Distribution : 2021-22"