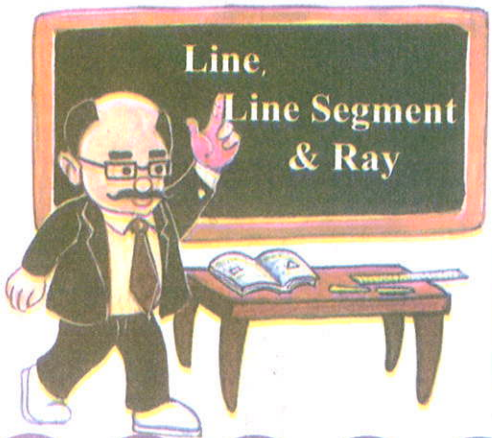
9 रेखा, रेखाखंड एवं किरण

हम सीखेंगे :



- बिंदु
- रेखाखंड
- रेखा
- किरण
- वक्र रेखाएँ

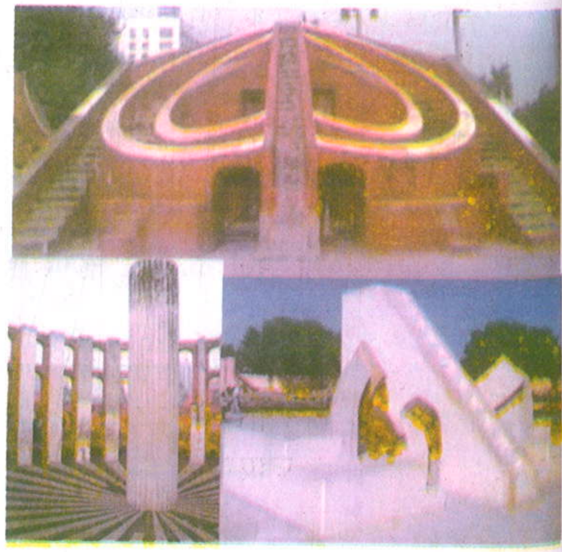
F5UIZQ

9.1 भूमिका (Introduction) :

'ज्यामिति' गणित की वह शाखा है जिसमें बिन्दुओं, रेखाओं, वक्रों, समतलों इत्यादि का अध्ययन होता है। भूमि की माप संबंधी कार्यों से गणित की इस शाखा की उत्पत्ति हुई, इसलिये इस गणित को भूमिति (भू–मापन) भी कहते हैं। इसमें रेखाओं तथा इससे घिरे क्षेत्रों के गुणों का अध्ययन होता है।

'ज्यामिति' (Geometry) यूनानी शब्द जिओमीट्रोन (Geometron) का अंग्रेजी तुल्य है। जियो (Geo) का अर्थ है – 'भूमि' और 'मीट्रोन' (Metron) का अर्थ है – 'मापन'।

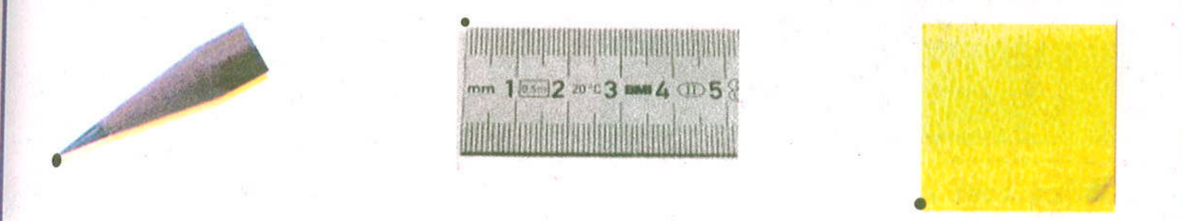
प्राचीन समय में ज्यामितीय अवधारणाएँ संभवतः कला, वास्तु–कला (Architecture) और भूमि मापन की आवश्यकताओं के कारण विकसित हुई। वैभवपूर्ण राजभवनों, मंदिर, झीलों, कला और वास्तुकला (या शिल्प–कला) ने इन अवधारणाओं को और उजागर किया। आजकल कला, वास्तुकला इंजीनियरिंग (Engineering), कपड़ों के डिजाइन इत्यादि के सभी रूपों में ज्यामितीय अवधारणाओं का प्रभाव देखा जा सकता है।



9.2 बिंदु

बिंदु (point) एक स्थिति निर्धारित करता है, किन्तु इसमें लम्बाई और चौड़ाई नहीं होती है। बिंदु के लिए कुछ उदाहरण इस प्रकार हैं :

यदि आप किसी पृष्ठ पर बारीक नोक वाली पेन्सिल को सटा दीजिए ,पृष्ठ पर एक चिह्न बन जाएगा। यह चिह्न बिंदु को प्रदर्शित करता है। बिन्दुओं को अंग्रेजी के बड़े अक्षरों A,B,C,D, ... इत्यादि से सूचित किया जाता है।



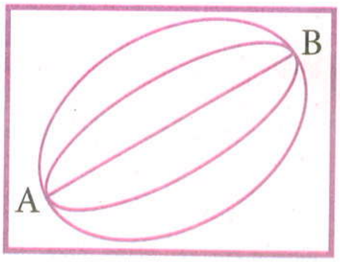
पेंसिल का नुकीला सिरा | पैमाना में शून्य की स्थिति | वर्ग का शीर्ष (Vertex)

9.3 रेखाखंड

एक कागज पर दो बिंदु A और B अंकित कीजिए। उन दोनों बिंदुओं से सभी संभव रास्तों से जोड़ने का प्रयास कीजिए।

A से B तक का सबसे छोटा रास्ता क्या है?

दो बिंदु A और B को जोड़ने वाला सबसे छोटा रास्ता एक रेखाखंड है और इसे $\overline{AB}$ या $\overline{BA}$ से सूचित किया जाता है। दिए गए आकृति में एक रेखाखंड दर्शाया गया है। बिंदु A और B इस रेखाखंड के अंत बिंदु हैं।

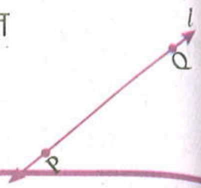


9.4 एक रेखा

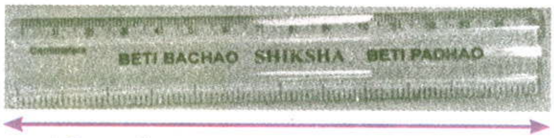
एक कागज पर दो बिंदु A और B अंकित कीजिए और एक लकीर खींच कर रेखाखंड $\overline{AB}$ बनाइए।

रेखाखंड $\overline{AB}$ को A से आगे एक दिशा में और B से आगे दूसरी दिशा में, दी गई आकृति के अनुसार बिना किसी अंत के आगे बढ़ाइए। आपको एक रेखा (Line) का उदाहरण प्राप्त हो जाएगा।

दो बिंदुओं A और B से होकर जाने वाली रेखा को $\overleftrightarrow{AB}$ से निरूपित करते हैं। यह दोनों दिशाओं में अनिश्चित रूप से विस्तृत होती है। इस पर असंख्य बिंदु स्थित होते हैं। संलग्न आकृति रेखा $\overleftrightarrow{PQ}$ की है। एक रेखा को l जैसे अक्षर से भी व्यक्त किया जाता है।



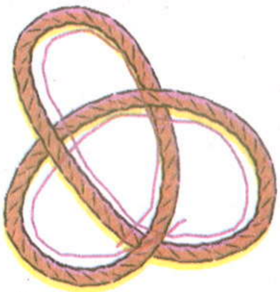
रेखा के कुछ उदाहरण नीचे दिए गए हैं।



क्षैतिज रेखा (Horizontal Line)

लम्बवत रेखा (Vertical Line)

खुली वक्र रेखा (Open Curves)

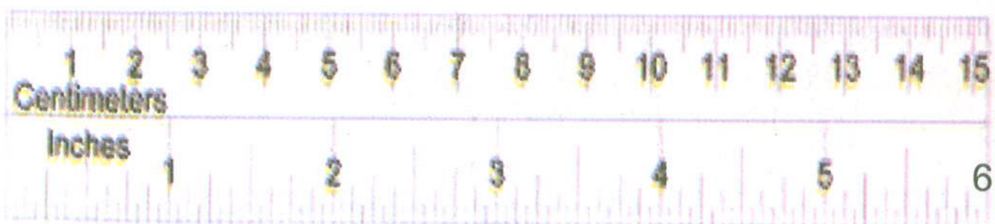


बंद वक्र रेखा (Closed Curves)

9.5 रेखाखंडों का मापन

रेखाखंड (Line segment) एक रेखा का निश्चित भाग होता है। प्रत्येक रेखाखंड की माप उसकी लंबाई (Length) कहलाती है। दो रेखाखंडों की तुलना करने के लिए हम उनकी लंबाइयों के बीच एक संबंध ज्ञात करते हैं।

रेखाखंड को मापने के लिए एक रूलर (पैमाना) की आवश्यकता होती है।



इन्हें भी जानें

- रूलर के प्रत्येक भाग की लम्बाई 1 सेमी है। इसमें से प्रत्येक भाग को आगे और उपविभाजित (Sub divide) किया गया है।
- प्रत्येक सेंटीमीटर को दस बराबर भाग में विभाजित किया गया है ।
- एक सेंटीमीटर का प्रत्येक उपविभाजित भाग 1 मिमी कहलाता है।

1 सेमी (सेंटीमीटर) = 10 मिमी

1 मिमी = 0.1 सेमी

- रूलर का दूसरा किनारा इंचों में विभाजित है।

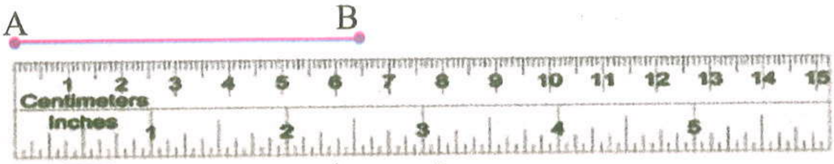
12 इंच(Inches) = 1 फीट (Feet)

1 इंच = 2.54 सेमी (लगभग)

रेखाखंड AB की लम्बाई की माप ज्ञात करना।

9.5.1 रूलर की सहायता से

मान लीजिए रेखाखंड AB की लम्बाई मापनी है। रूलर की शून्य चिह्न को A पर रखिए और B के सम्मुख चिह्न को रूलर पर पढ़िए।

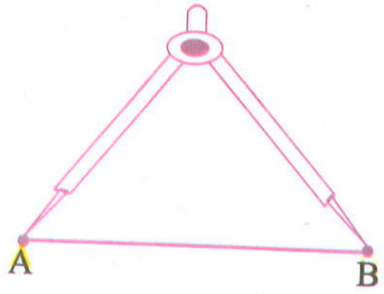


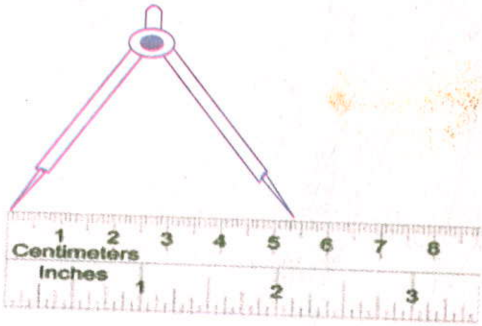
इससे रेखाखंड $\overline{AB}$ की माप ज्ञात हो जाएगी।

मान लीजिए लम्बाई 6.5 सेमी है। हम इसे लम्बाई AB = 6.5 सेमी लिखते हैं।

9.5.2 विभाजक की सहायता से

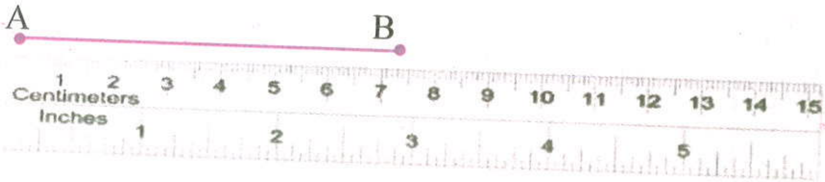
विभाजक को खोलिए। इसकी एक भुजा के अंतबिंदु को A पर रखिए और दूसरी भुजा के अंत बिंदु को B पर रखिए। इस फैलाव में बिना कोई परिवर्तन किए, विभाजक को रूलर पर इस प्रकार रखिए कि एक अंत बिंदु रूलर के शून्य चिह्न पर रहे। अब दूसरे अंत बिंदु के सम्मुख चिह्न को पढ़िए। यही रेखाखंड AB की लम्बाई होगी।





9.6 रेखाखंड खींचना

उदाहरण: 7.3 cm का रेखाखंड खींचिए।



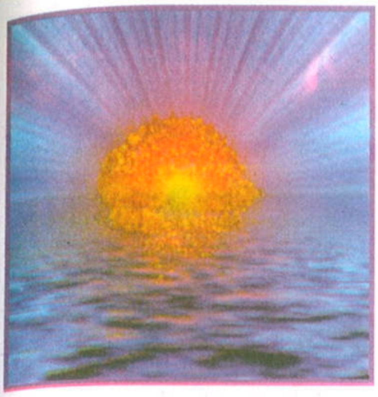
बिंदु A से रूलर में अंकित 7.3 (7 सेमी और 8 सेमी के लगभग बीच) तक एक रेखाखंड खींचिए। इस प्रकार हम 7.3 सेमी की रेखाखंड खींच सकते हैं।

9.7 किरण (Ray)

किरण, रेखा का एक भाग होता है। यह एक बिंदु से प्रारम्भ होती है। जिसे प्रारंभिक बिंदु (Initial point) कहते हैं और एक दिशा में बिना किसी अंत के विस्तृत होती है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि :

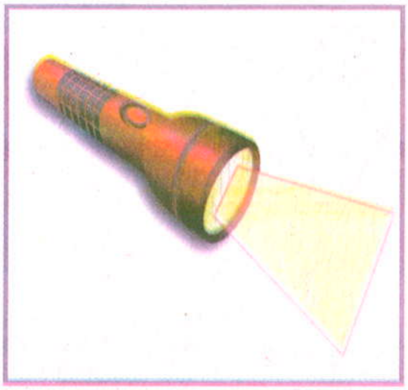
किसी भी बिंदु से प्रारभ होकर एक ही दिशा में बिना किसी अंत के विस्तृत होने वाली सरल रेखा को किरण कहते हैं।

यहाँ किरण के लिए कुछ उदाहरण दिए गए हैं –



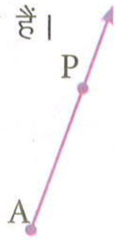
सूर्य की किरणें

एक लाइट हाउस से निकलती हुई प्रकाश की किरणें



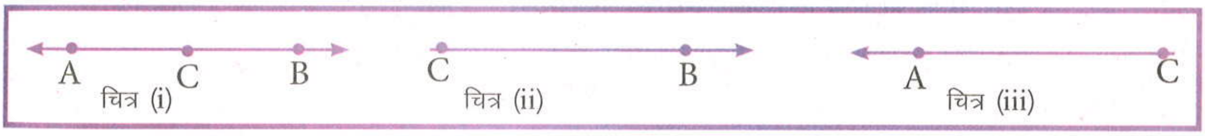
टॉर्च से निकलती प्रकाश की किरणें

यहाँ किरण की दी हुई आकृति को देखिए, इस किरण पर दो बिंदु दर्शाए गए हैं।

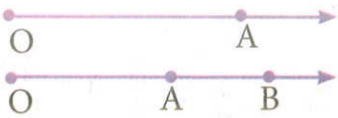


A प्रारंभिक बिंदु एवं P किरण पर एक अन्य बिंदु है।

हम इसे $\overrightarrow{AP}$ से व्यक्त करते हैं।
अर्थात किरण $\overrightarrow{AP}$ में बिंदु A प्रारंभिक बिंदु है।
P की ओर किरण को असीमित दूरी तक बढ़ाया जा सकता है, किन्तु A की ओर नहीं।



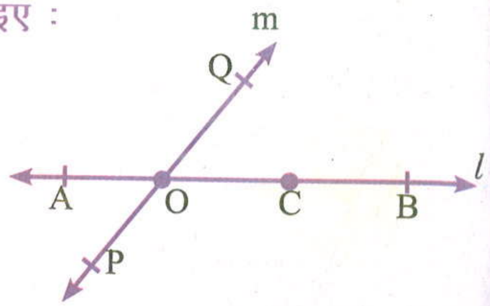
ऊपर के चित्रों में किरण $\overrightarrow{CB}$ में C प्रारंभिक बिंदु है तथा B की ओर असीमित दूरी तक बढ़ाया जा सकता है तथा किरण $\overrightarrow{CA}$ में C प्रारंभिक बिंदु है और बिंदु A की ओर असीमित दूरी तक बढ़ाया जा सकता है ।
जब किरणों की प्रारंभिक बिंदु और बढ़ाए जाने की दिशा एक होती है तो दोनों एक ही किरण होगी।



इस प्रकार, ऊपर दिए गए आकृति में $\overrightarrow{OA}$ और $\overrightarrow{OB}$ एक ही किरण है।

संलग्न आकृति को देखकर अपनी समझ बनाइए :

दिए गए आकृति में कितनी रेखाएँ हैं?
कितने बिंदु दिखाए गए हैं।
कितने रेखाखंड हैं?
कितनी किरणें हैं?



बिंदु	रेखा	रेखाखंड	किरण
दी गई आकृति में कुल 6 बिंदु हैं। A,B, C, O, P एवं Q	दी गई आकृति में केवल दो ही रेखाएँ हैं। (i) $\overleftrightarrow{AB}$ या $\overleftrightarrow{BA}$ जिसे हम रेखा l भी कह सकते हैं। (ii) $\overleftrightarrow{PQ}$ या $\overleftrightarrow{QP}$ जिसे हम रेखा m भी कह सकते हैं।	संलग्न आकृति में कुल नौ रेखाखंड हैं। $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AO}$ $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{CB}$ $\overline{PQ}$, $\overline{PO}$, $\overline{OQ}$ (यहाँ $\overline{AB} = \overline{BA}$) सभी रेखाखंड की अपनी निश्चित लंबाई होती है।	संलग्न आकृति में कुल चार किरणें हैं। $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ $\overrightarrow{OP}$ एवं $\overrightarrow{OQ}$ यहाँ $\overrightarrow{OB}$ तथा $\overrightarrow{OC}$ दोनों एक ही किरण है, क्योंकि दोनों का प्रारंभ बिंदु O है तथा दोनों को एक ही दिशा में अनंत तक बढ़ाया जा सकता है।
	$\overleftrightarrow{AB} = \overleftrightarrow{BA}$ $\overleftrightarrow{PQ} = \overleftrightarrow{QP}$	$\overline{AB} = \overline{BA}$	यहाँ $\overrightarrow{OA}$ किरण है किन्तु $\overrightarrow{AO}$ किरण नहीं है।

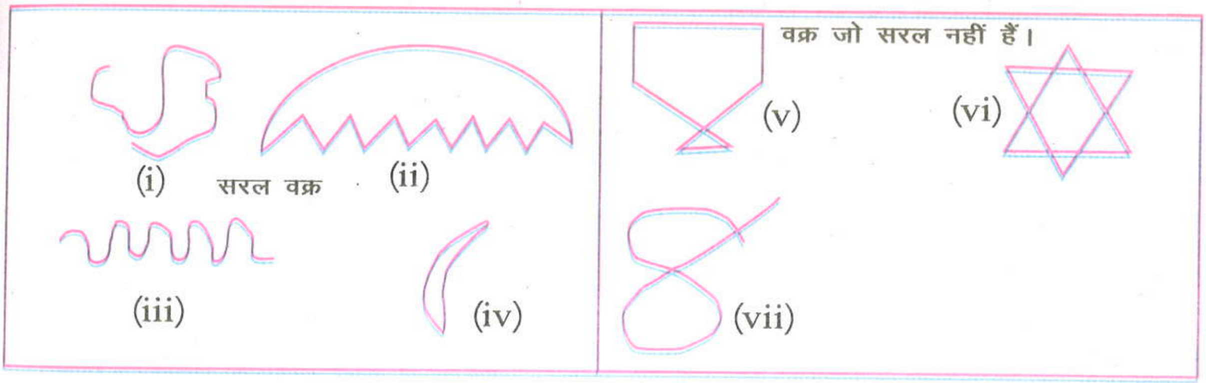
रेखाखंड, किरण एव रेखा में अंतर

	रेखाखंड (Line segment)	किरण (Ray)	रेखा (Line)
1	रेखाखंड में दो अंत बिंदु होते हैं।	किरण में एक अंत बिंदु होता है।	रेखा में अंत बिंदु नहीं होती है। यह असीमित होती है।
2	रेखाखंड की एक निश्चित लम्बाई (माप) होती है ।	किरण की कोई निश्चित लम्बाई (माप) नहीं होती है।	रेखा की कोई निश्चित लम्बाई नहीं होती है।

	रेखाखंड (Line segment)	किरण (Ray)	रेखा (Line)
3	एक कागज पर रेखांखड खींचा जा सकता है।	एक कागज पर एक किरण नही खींची जा सकती हैं केवल उसकी आकृति प्रदर्शित की जा सकती है।	एक कागज पर रेखा नहीं खींची जा सकती है केवल उसकी आकृति को प्रदर्शित किया जा सकता है।
4	A B रेखाखंड $\overline{AB}$	A B किरण $\overrightarrow{AB}$	A B रेखा $\overleftrightarrow{AB}$ या रेखा l

9.8 वक्र रेखाएँ (Curve lines)

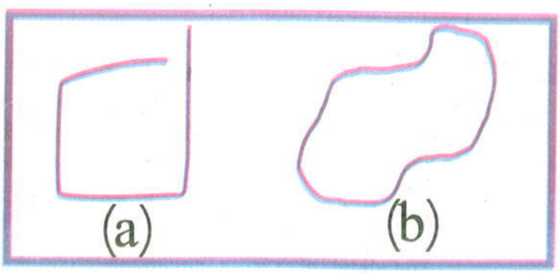
कागज पर पेंसिल से टेढ़ी–मेढ़ी रेखा खींचने पर जो आकृतियाँ प्राप्त होती हैं वे वक्र (Curves) कहलाते हैं।



दिए गए आकृति (v), (vi) और (vii) में वक्र स्वयं को काट रही है, जबकि (i), (ii), (iii) और (iv) में वक्र स्वयं को नहीं काट रहे हैं।

यदि कोई वक्र स्वयं को न काटे, तो वह सरल वक्र (Simple curves) कहलाता है।

संलग्न आकृति (a) में दिया गया वक्र खुला वक्र (open curves) है तथा वक्र (b) बन्द (Closed curves) है।

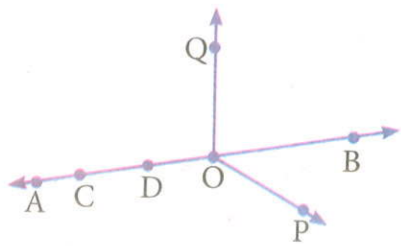


स्मरण रखने योग्य :

- ✲ बिंदु एक स्थिति निर्धारित करती है। इसे सामान्यतः अंग्रेजी के बड़े अक्षर से व्यक्त किया जाता है।
- ✲ किसी तल में अनगिनत बिंदु होते हैं।
- ✲ बिंदु एक ज्यामितीय पद है, जिसमें लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई नहीं होती है।
- ✲ एक रेखाखंड दो बिंदुओं के बीच की न्यूनतम दूरी के संगत होता है।
- ✲ बिंदु A और B को मिलाने वाले रेखाखंड को $\overline{AB}$ या $\overline{BA}$ से व्यक्त किया जाता है।
- ✲ जब एक रेखाखंड, जैसे $\overline{AB}$ को दोनों तरफ बिना किसी अंत के विस्तृत किया जाता है तो हमे एक रेखा प्राप्त होती है। इसे $\overline{AB}$ से व्यक्त किया जाता है। इसे कभी–कभी *l* जैसे अक्षर से भी व्यक्त किया जाता है।
- ✲ किरण, रेखा का एक भाग होता है जो एक बिंदु से प्रारंभ होकर एक दिशा में बिना किसी अंत के विस्तृत होता है।
- ✲ एक रेखाखंड की लम्बाई निश्चित होती है तथा रेखाखंड के दोनों अंत बिंदुओं के बीच की दूरी उसकी लम्बाई कहलाती है।
- ✲ टेढ़ी–मेढ़ी रेखा खींचने पर बनी आकृतियाँ, वक्र (Curves) कहलाती हैं।

प्रश्नावली 9.1

1. रिक्त स्थानों को भरिए :
   (i) एक बिंदु से होकर .... सरल रेखाएँ खींची जा सकती है।
   (ii) दो दिए गए बिंदुओं से होकर .... सरल रेखाएँ खींची जा सकती है।
   (iii) एक रेखाखंड की लम्बाई ....होती है।
   (iv) किसी तल में अनगिनत .... होते हैं।
   (v) किरण में .... अंत बिंदु होता है।
2. दी गई आकृति को देखकर, निम्न के नाम लिखिए।
   (i) पाँच बिंदु
   (ii) एक रेखा
   (iii) चार किरणें
   (iv) पाँच रेखाखंड



3. सही उत्तर के आगे सही (✓) का निशान लगाइए :
   (i) इनमें से किसमें अंतः बिंदु नहीं होते हैं?
   (a) रेखाखंड (b) किरण (c) रेखा (d) इनमें से कोई नहीं
   (ii) दिए गए दो बिंदु से होकर कुल कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं?
   (a) केवल एक (b) दो (c) तीन (d) अनगिनत

"JCERT Text book for Free Distribution : 2021-22"

(iii) इनमें से किसकी लम्बाई निश्चित होती है?

(a) रेखा (b) रेखाखंड (c) किरण (d) बिंदु

(iv) इनमें से किस में एक प्रारम्भ बिंदु होती है?

(a) रेखा (b) रेखाखंड (c) किरण (d) इनमें से कोई नहीं

(v) इनमें से कौन–सा कथन गलत है?

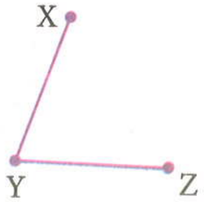
(a) रेखा $\overleftrightarrow{AB}$ और रेखा $\overleftrightarrow{BA}$ एक समान हैं।

(b) किरण $\overrightarrow{AB}$ और किरण $\overrightarrow{BA}$ समान हैं।

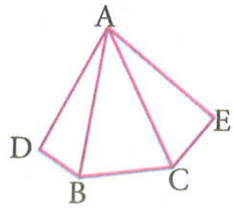
(c) रेखाखंड $\overline{AB}$ और रेखाखंड $\overline{BA}$ समान हैं ।

(d) इसमें से कोई नहीं ।

4. दी गई प्रत्येक आकृति में सभी रेखाखंडों का नाम लिखिए।



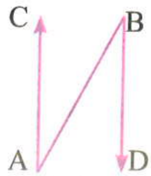
(i)



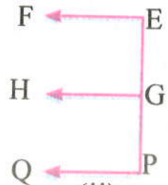
(ii)

(iii)

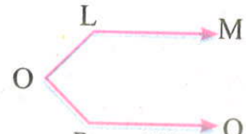
5. दी गई प्रत्येक आकृति में रेखाखंड एवं किरण की पहचान कर उसका नाम लिखिए।



(i)



(ii)



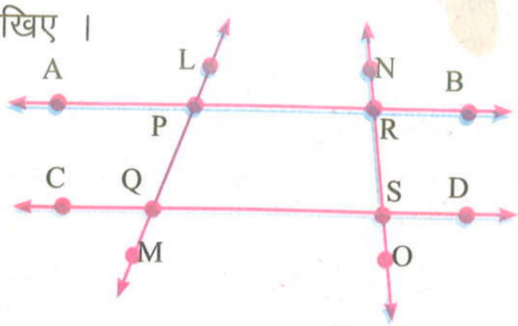
(iii)

6. संलग्न आकृति देखकर निम्नलिखित के नाम लिखिए ।

(i) चार रेखाखंड

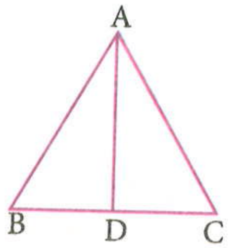
(ii) चार किरण

(ii) चार रेखा

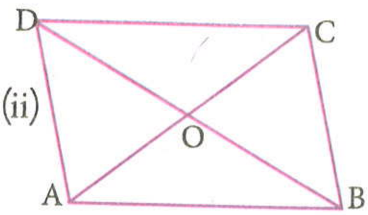


7. नीचे दी गई प्रत्येक आकृतियों में रेखाखंड को गिनिए और उनके नाम लिखिए :

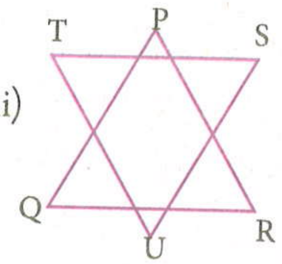
(i)



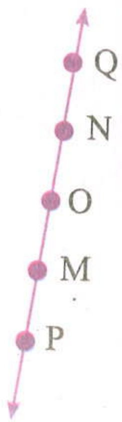
(ii)



(iii)



8. रेखा $\overleftrightarrow{PQ}$ की संलग्न आकृति के संदर्भ में बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य :



(i) M, किरण $\overrightarrow{OP}$ पर एक बिंदु है। ( )

(ii) किरण $\overrightarrow{OP}$ किरण $\overrightarrow{QP}$ से भिन्न है। ( )

(iii) P और Q रेखाखंड $\overline{PQ}$ के अंत बिंदु हैं। ( )

(iv) बिंदु Q रेखाखंड $\overline{PN}$ पर स्थित है। ( )

(v) N किरण $\overrightarrow{QP}$ का प्रारंभिक बिंदु है। ( )

(vi) OP एक रेखा है ( )

(vii) किरण $\overrightarrow{OP}$ किरण $\overrightarrow{QP}$ के विपरीत है। ( )

(viii) $\overrightarrow{MP}$ एक रेखाखंड है। ( )

9. सत्य कथन के लिए ' T ' और असत्य कथन के आगे ' F ' लिखिए :

(i) एक बिंदु में निश्चित लम्बाई , चौड़ाई एवं ऊँचाई होती है। ( )

(ii) एक किरण की असीमित लम्बाई होती है। ( )

(iii) रेखा $\overleftrightarrow{AB}$ और रेखा $\overleftrightarrow{BA}$ एक ही रेखा है। ( )

(iv) किरण $\overrightarrow{AB}$ और किरण $\overrightarrow{BA}$ एक समान है। ( )

(v) रेखाखंड $\overline{AB}$ और रेखाखंड $\overline{BA}$ समान हैं। ( )

10. नीचे दी गई लंबाई की रेखाखंड खीचिंए :

(i) 8.3 सेमी (ii) 7.5 सेमी (iii) 6.8 सेमी

आइए कुछ करें

1. एक कागज पर अपनी पेंसिल के नुकीले सिरे से चार बिंदु अंकित कीजिए तथा उन्हें A, B, C, D आदि से सूचित कीजिए ।

2. एक कागज पर रूलर रखकर उस पर बिंदु के द्वारा 0, 1, 2, 3, . . . सेमी से अंकित कीजिए।

3. एक कागज लीजिए। इसे दो बार मोड़िए और उसे खोलिए। मोड़ के निशान पर पेन्सिल से रेखाएँ खींचिए ।

"JCERT Text book for Free Distribution : 2021-22"

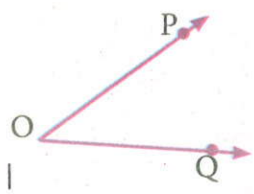
- आप देखेंगे कि दो रेखाएँ आपस में प्रतिच्छेद करती हैं।
- प्रतिच्छेद बिंदु को P से अंकित कीजिए ।
- अब आप कागज को मोड़कर अन्य आकृति बनाकर उसे पुनः खोलिए।
- प्राप्त मोड़ के निशान पर रेखाखंड, बिंदु, प्रतिच्छेदी बिंदु इत्यादि अंकित कीजिए।

चर्चा कीजिए

(i) क्या दो रेखाएँ एक से अधिक बिंदुओं पर प्रतिच्छेद कर सकती हैं?

(ii) क्या दो से अधिक रेखाएँ एक ही बिंदु पर प्रतिच्छेद कर सकती हैं?

4. सामने गई दी आकृति की तरह आकृति बनाकर किरणों के नाम एवं रेखाखंडों के नाम लिखिए।



5. दी गई आकृति में रेखा, रेखाखंड एवं किरण को अंकित कीजिए।

- पाँच सरल वक्र बनाइए तथा पाँच ऐसे वक्र बनाइए जो सरल न हो।

परियोजना कार्य

अपने आस–पास में दिखने वाली, वैसी वस्तुओं की सूची चार्ट पेपर में बनाइए जो रेखाखंड एवं किरण के उदाहरण हों।

रेखाखंड	किरण