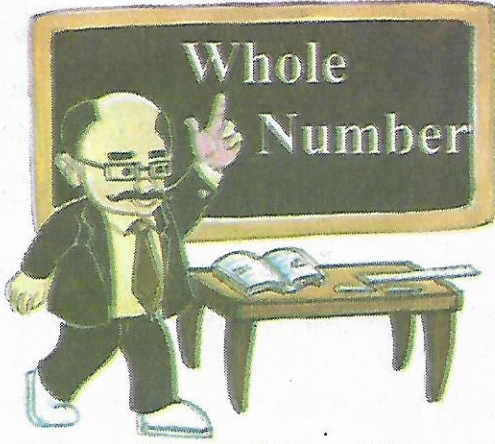


हम सीखेंगे :



- \* पूर्ववर्ती एवं परवर्ती संख्याएँ
- \* संख्या रेखा पर योग
- \* पूर्ण संख्याएँ एवं उनके गुण
- \* संवृत, क्रम विनिमेयता, साहचर्य गुण, वितरण का गुण
- \* शून्य द्वारा गुणन
- \* पूर्ण संख्याओं में प्रतिरूप



### 2.1 भूमिका (Introduction) :

सप्ताह के दिनों की संख्या अथवा कक्षा-VI में उपस्थित विद्यार्थियों की संख्या जानने के लिए जब हम गिनना प्रारंभ करते हैं, तब एक, दो, तीन, चार, ... का प्रयोग करते हैं। जिसे सांकेतिक रूप से 1, 2, 3, 4, ... द्वारा दर्शाया जाता है। चूँकि जब हम गिनती शुरू करते हैं तो ये हमारे सामने प्राकृतिक रूप से आती हैं।

इसलिए गिनने वाली संख्याओं (Counting Numbers) 1, 2, 3, 4, ... को प्राकृत संख्याएँ (Natural Numbers) कहते हैं। हम छोटी संख्या के साथ-साथ बड़ी से बड़ी संख्याओं को भी गिनते हैं, जैसे - भारत में रहने वाले व्यक्तियों की संख्या या संपूर्ण विश्व के व्यक्तियों की संख्या गिनने के लिए हमें बड़ी से बड़ी संख्या की आवश्यकता होती है। यदि हम अपने सिर के बालों की संख्या को गिन पाएँ तो इनके लिए भी कोई संख्या अवश्य होगी। फिर यदि हम अपने और अपने दोस्त के सिरों के बालों को गिन पाएँ तो यह एक और बड़ी संख्या होगी।





## याद रखिए

- ✦ सबसे छोटी प्राकृत संख्या 1 है।
- ✦ प्राकृत संख्याओं के समूह को अंग्रेजी के बड़े अक्षर 'N' द्वारा सूचित किया जाता है।

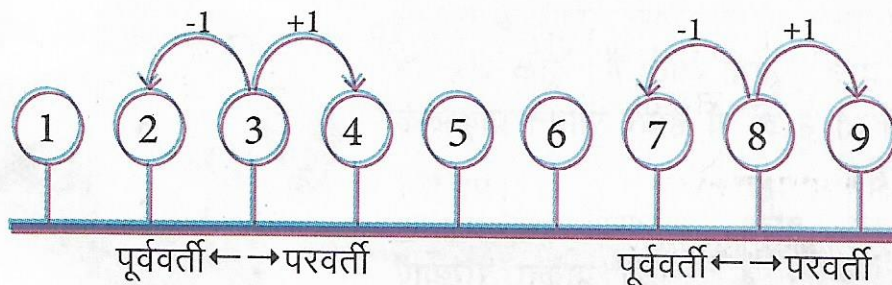
## 2.2 परवर्ती एवं पूर्ववर्ती (Successor and Predecessor) :

किसी प्राकृत संख्या में 1 जोड़ने पर हम अगली प्राकृत संख्या प्राप्त करते हैं। यह संख्या ली गई संख्या का परवर्ती (Successor) होता है।

**उदाहरण :** 2 का परवर्ती 3 है।  $(2 + 1 = 3)$   
 13 का परवर्ती 14 है।  $(13 + 1 = 14)$   
 999 का परवर्ती 1000 है।  $(999 + 1 = 1000)$

इसी तरह किसी संख्या में 1 घटा देने से हमें उस संख्या का पूर्ववर्ती (Predecessor) प्राप्त होता है।

**उदाहरण :** 9 का पूर्ववर्ती 8 है।  $(9 - 1 = 8)$   
 22 का पूर्ववर्ती 21 है।  $(22 - 1 = 21)$   
 2000 का पूर्ववर्ती 1999 है।  $(2000 - 1 = 1999)$



## प्रयास कीजिए A

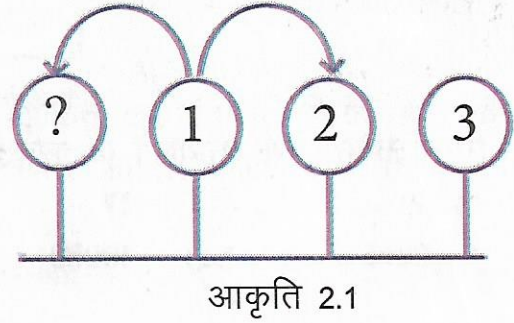
1. निम्नलिखित संख्याओं के परवर्ती एवं पूर्ववर्ती संख्या लिखिए।

- |          |           |             |               |
|----------|-----------|-------------|---------------|
| (i) 17   | (ii) 97   | (iii) 999   | (iv) 1000     |
| (v) 2555 | (vi) 2999 | (vii) 15555 | (viii) 170099 |





इस क्रियाकलाप में 3 का परवर्ती 4 है तथा 3 का पूर्ववर्ती 2 है। इसी तरह 8 का परवर्ती 9 है तथा 8 का पूर्ववर्ती 7 है। आकृति 2.1 को देखकर बताइए क्या प्राकृत संख्या 1 का परवर्ती और पूर्ववर्ती दोनों हैं? आकृति से स्पष्ट है कि 1 का परवर्ती 2 है लेकिन इसका पूर्ववर्ती नहीं है। यदि हम 1 का पूर्ववर्ती निकालना चाहें, तो क्या होगा?



### 2.3 क्रमिक (क्रमागत) संख्याएँ (Consecutive Numbers)

क्रम से या लगातार आने वाली संख्याएँ जिनके बीच कोई प्राकृत संख्या न हो, क्रमिक संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे : (5, 6, 7, 8) ; (17, 18, 19)

**उदाहरण** : 11 से शुरू करते हुए तीन क्रमागत संख्याएँ लिखिए।

**हल** : 11, 12 एवं 13

### 2.4 पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)

प्राकृत संख्याएँ, शून्य के साथ मिलकर पूर्ण संख्याओं का संग्रह बनाती हैं। 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, . . . पूर्ण संख्याएँ हैं।

#### याद रखिए

- ✦ सबसे छोटी पूर्ण संख्या शून्य (0) है।
- ✦ प्राकृत संख्याओं में 1 का कोई पूर्ववर्ती नहीं है लेकिन पूर्ण संख्याओं में 1 का पूर्ववर्ती शून्य (0) है।
- ✦ प्रत्येक प्राकृत संख्या पूर्ण संख्या है, लेकिन प्रत्येक पूर्ण संख्या प्राकृत संख्या नहीं है।
- ✦ 0 पूर्ण संख्या है परन्तु प्राकृत संख्या नहीं है।
- ✦ पूर्ण संख्याओं के समूह को अंग्रेजी वर्णमाला के बड़े अक्षर W से सूचित किया जाता है।





## प्रश्नावली 2.1

1. निम्नलिखित पूर्ण संख्याओं के परवर्ती संख्या लिखिए।
 

i) 9	ii) 17	iii) 0	iv) 1099
v) 2016	vi) 19959	vii) 99999	viii) 334070
2. निम्नलिखित पूर्ण संख्याओं के पूर्ववर्ती संख्या लिखिए।
 

i) 10	ii) 50	iii) 2016	iv) 32800
v) 10050	vi) 720091	vii) 1	viii) 4501001
3. सबसे छोटी प्राकृत संख्या कौन-सी है?
4. सबसे छोटी पूर्ण संख्या कौन-सी है?
5. ऐसी प्राकृत संख्या बताइए जिसका कोई पूर्ववर्ती नहीं है?
6. संख्या 15099 के बाद तीन क्रमागत संख्याएँ लिखिए।
7. 510001 से ठीक पहले तीन क्रमागत पूर्ण संख्याओं को लिखिए।
8. 1022 और 1036 के बीच कितनी पूर्ण संख्याएँ हैं?
9. क्या सभी प्राकृत संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ भी हैं?
10. क्या सभी पूर्ण संख्याएँ प्राकृत संख्याएँ भी हैं?
11. वह कौन-सी पूर्ण संख्या है जो प्राकृत संख्या नहीं है?
12. निम्नलिखित कथनों में प्रत्येक के लिए हाँ या नहीं लिखिए।
  - i. सबसे छोटी पूर्ण संख्या 0 है।
  - ii. सबसे छोटी पूर्ण संख्या 1 है।
  - iii. सभी पूर्ण संख्याएँ प्राकृत संख्याएँ हैं।
  - iv. सभी प्राकृत संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ हैं।
  - v. 106169 की परवर्ती संख्या 106168 हैं।
  - vi. 100000 की पूर्ववर्ती संख्या 99999 है।
  - vii. दो क्रमिक पूर्ण संख्याओं का अंतर शून्य (0) है।
  - viii. पूर्ण संख्या 1 का कोई पूर्ववर्ती नहीं है।
  - ix. प्राकृत संख्या 1 का पूर्ववर्ती 0 है।

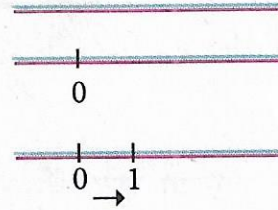




### 2.5 संख्या रेखा (Number Line)

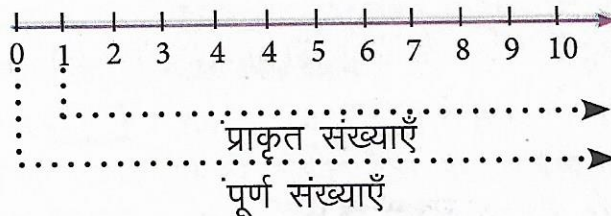
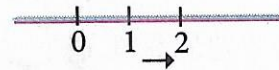
पूर्ण संख्याओं को एक सरल रेखा पर बिन्दु अंकित कर प्रदर्शित किया जाता है। जिसमें दो क्रमागत बिन्दुओं के बीच की दूरी एक मात्रक (Unit Distance) होता है। आइए एक संख्या रेखा बनाते हैं।

- \* एक सरल रेखा (Straight Line) खींचिए।
- \* इस पर एक बिंदु लेकर '0' से अंकित कीजिए।
- \* 0 के दाईं ओर एक अन्य बिंदु अंकित कीजिए और इसे 1 से दर्शाइए।



यहाँ 0 और 1 से नामांकित इन बिंदुओं के बीच की दूरी एक मात्रक (Unit Distance) है।

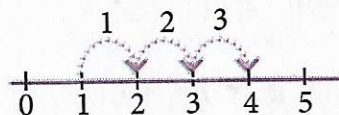
- \* अब 1 के दाईं ओर 1 मात्रक दूरी पर एक अन्य बिन्दु अंकित कीजिए एवं इसे 2 से दर्शाइए।
- \* इसी प्रकार संख्या रेखा पर एक-एक मात्रक दूरी पर बिंदुओं को अंकित कीजिए एवं इन्हें 3, 4, 5 ... से दर्शाइए।
- \* संख्या रेखा पर दो संख्याओं के बीच की दूरी समान होती है।



आकृति 2.2

आकृति 2.2 में दिखाये गये संख्या रेखा को ध्यान से देखिए। हम किन्हीं दो बिंदुओं के बीच की दूरी को आसानी से ज्ञात कर सकते हैं।

**उदाहरण** : बिंदु 1 और 4 के बीच की दूरी 3 मात्रक है।

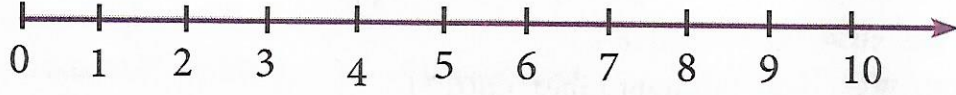


क्या आप बता सकते हैं कि आकृति 2.2 में बिंदु 3 और 7 के बीच की दूरी कितनी है?





### 2.5.1 संख्या रेखा पर बड़ी और छोटी संख्याएँ (Greater and Smaller Numbers on Number line)



आकृति 2.3

संख्या रेखा देखने से हमें पता चलता है कि किसी संख्या के दाईं ओर की पूर्ण संख्या उससे बड़ी (Greater) एवं बाईं ओर की पूर्ण संख्या उससे छोटी (Smaller) होती है।

**उदाहरण** : आकृति 2.3 में संख्या '4' संख्या '2' की दाईं ओर स्थित है। अतः '4' बड़ी है '2' से। इसे  $4 > 2$  के रूप में दर्शाते हैं। इसी तरह,  $10 > 8$ ,  $7 > 4$ ,  $3 > 1$  इत्यादि। संख्या 3, 5 की बाईं ओर स्थित है। अतः संख्या '3' छोटी है, '5' से। इसे  $3 < 5$  के रूप में दर्शाते हैं। इसी तरह,  $8 < 10$ ,  $4 < 7$ ,  $1 < 3$  इत्यादि।

#### प्रयास कीजिए

- संख्या रेखा बनाकर निम्नांकित स्थितियों को देखिए तथा रिक्त स्थानों को  $<$  या  $>$  से भरिए।
  - $9$    $7$
  - $1$    $0$
  - $1$    $4$
  - $11$    $13$
  - $8$    $3$
  - $0$    $7$
- $32$ ,  $18$  और  $25$  में से कौन-सी संख्या, संख्या रेखा पर सबसे बाईं ओर और कौन-सी सबसे दाईं ओर स्थित होगी?
- संख्या रेखा पर  $8$  के परवर्ती एवं  $5$  के पूर्ववर्ती को दर्शाइए।
- $607$  एवं  $670$  में से कौन-सी पूर्ण संख्या, संख्या रेखा पर बाईं ओर स्थित है?





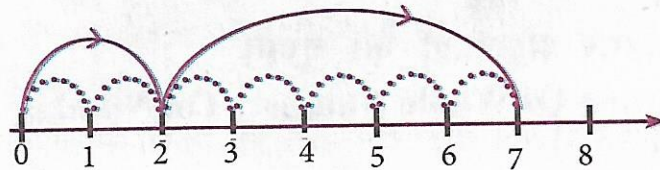
## 2.5.2 संख्या रेखा पर पूर्ण संख्याओं का योग

### (Addition of Whole Numbers on Number Line)

पूर्ण संख्याओं के योग को संख्या रेखा पर दिखाया जा सकता है।

**उदाहरण** – संख्या रेखा पर  $2 + 5$  ज्ञात कीजिए।

**हल :**



0 से प्रारंभ करते हुए हम इसकी दाईं ओर दो मात्रक आगे बढ़ते हैं और संख्या 2 पर पहुँचते हैं। चूँकि हमें इस संख्या में 5 जोड़ना है, इसलिए पुनः 2 से प्रारंभ करते हुए दाईं ओर 5 मात्रक आगे बढ़ते हैं। इस तरह हम संख्या 7 पर पहुँचते हैं, जो 2 और 5 का योग दर्शाता है। अर्थात्  $2 + 5 = 7$

### प्रयास कीजिए

1. संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित का हल कीजिए।

(a)  $3 + 4$

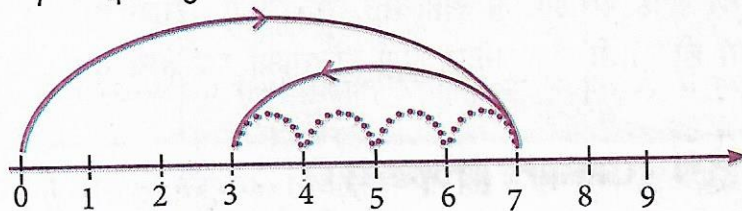
(b)  $2 + 6$

(c)  $1 + 4$

(d)  $0 + 3$

## 2.5.3 संख्या रेखा पर पूर्ण संख्याओं का व्यवकलन (घटाव) (Subtraction Of Whole Numbers On Number Line)

दो पूर्ण संख्याओं के घटाव को भी संख्या रेखा पर दिखाया जा सकता है। आइए पता करें :  $7 - 4 = 3$



0 से प्रारंभ कीजिए। अब 0 के दाईं ओर 7 मात्रक चल कर हम 7 पर पहुँचते हैं। चूँकि 4 को घटाया जाना है, इसलिए हम 7 से बाईं ओर 4 मात्रक चल कर 3 पर पहुँचते हैं जो 7 और 4 का अंतर होता है। अर्थात्  $7 - 4 = 3$





### प्रयास कीजिए

1. संख्या रेखा प्रयोग करते हुए निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए।

(a)  $5 - 3$

(b)  $9 - 5$

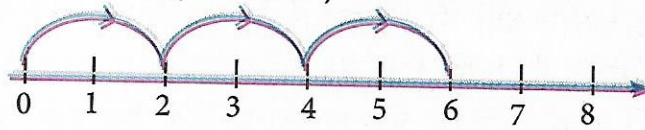
(c)  $6 - 3$

(d)  $5 - 5$

### 2.5.3 संख्या रेखा पर संख्याओं का गुणन

#### (Multiplication Of Whole Numbers On Number Line):

दो पूर्ण संख्याओं के गुणन को भी हम संख्या रेखा पर देख सकते हैं। आइए ज्ञात कीजिए :  $3 \times 2$  अर्थात ( 3 बार 2 )



अर्थात दो-दो मात्रक तीन बार चलकर छह पर पहुँचते हैं। अतः  $3 \times 2 = 6$

### प्रयास कीजिए

1 संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए।

(a)  $4 \times 2$

(b)  $3 \times 3$

(c)  $3 \times 4$

(d)  $4 \times 3$

## 2.6 पूर्ण संख्याओं के गुण ( Properties of whole numbers)

हम पूर्ण संख्याओं पर होने वाली विभिन्न संक्रियाओं (Operations) को सीख चुके हैं। निकटता से देखने पर हमें इनमें कई गुण देखने को मिलते हैं। इन गुणों से हमें इन संख्याओं को अच्छी तरह समझने में सहायता मिलती है। साथ ही इन गुणों के कारण कई संक्रियाएँ सरल भी हो जाती हैं। आइए, पूर्ण संख्याओं पर होने वाली विभिन्न संक्रियाओं के गुणों को जानें।

### 2.6.1 संवृत गुण (Closure property):

योग के अंतर्गत संवृत : कक्षा के विद्यार्थियों को कोई भी दो पूर्ण संख्याएँ लेकर उन्हें जोड़ने को कहा जाए। क्या परिणाम सदैव एक पूर्ण संख्या आता है?





उदाहरण :

एक पूर्ण संख्या	दूसरी पूर्ण संख्या	दोनों का योग	क्या दोनों का योग एक पूर्ण संख्या है?
3	4	$3 + 4 = 7$	हाँ
8	7	$8 + 7 = 15$	हाँ
5	0	$5 + 0 = 5$	हाँ
32	46	$32 + 46 = 78$	हाँ
27	43	.....+..... =.....	.....
.....	.....	.....	.....

दो पूर्ण संख्याओं का योग एक पूर्ण संख्या होती है। चूँकि पूर्ण संख्याओं का योगफल पूर्ण संख्या होता है, इसलिए पूर्ण संख्याओं का संग्रह योग के अंतर्गत संवृत (closed) है। पूर्ण संख्याओं का यह गुण संवृत गुण (closure property) कहलाती है।

**क्या पूर्ण संख्याएँ व्यवकलन (घटाव) के अन्तर्गत भी संवृत हैं?**

आइए कुछ उदाहरण से जानें :

एक पूर्ण संख्या (a)	दूसरी पूर्ण संख्या (b)	व्यवकलन (a-b)	क्या व्यवकलन एक पूर्ण संख्या है?
6	2	$6 - 2 = 4$	हाँ
8	10	$8 - 10 = -2$	नहीं
7	6	$7 - 6 = 1$	हाँ
3	7	$3 - 7 = -4$	नहीं
17	25	.....	.....
.....	.....	.....	.....

उपरोक्त सारणी से यह निष्कर्ष निकलता है कि "दो पूर्ण संख्याओं का व्यवकलन (घटाव) सदैव एक पूर्ण संख्या नहीं होती है।" अतः हम कह सकते हैं कि पूर्ण संख्याएँ व्यवकलन (घटाव) के अन्तर्गत संवृत नहीं है। अपनी ओर से कुछ और उदाहरण लेकर उपरोक्त कथन की पुष्टि कीजिए।

**क्या पूर्ण संख्याएँ गुणन (गुणा) के अन्तर्गत संवृत हैं?** इसे जानने के लिए दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल ज्ञात कीजिए।





उदाहरण :

एक पूर्ण संख्या (a)	दूसरी पूर्ण संख्या (b)	व्यकलन (a × b)	क्या दोनों का गुणन एक पूर्ण संख्या है?
3	4	$3 \times 4 = 12$	हाँ
0	5	$0 \times 5 = 0$	हाँ
5	5	$5 \times 5 = 25$	हाँ
8	10	$8 \times 10 = 80$	हाँ
.....	.....	..... × ..... = .....	.....
.....	.....	.....	.....

उपरोक्त सारणी से स्पष्ट है कि दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल भी एक पूर्ण संख्या होती है। अतः हम कह सकते हैं कि पूर्ण संख्याएँ गुणन के अन्तर्गत संवृत हैं।

क्या पूर्ण संख्याएँ विभाजन (भाग) के अन्तर्गत संवृत हैं? आइए कुछ उदाहरण लेकर जानें -

एक पूर्ण संख्या (a)	दूसरी पूर्ण संख्या (b)	भाग (a ÷ b)	क्या भाग एक पूर्ण संख्या है?
6	3	$6 \div 3 = 2$	हाँ
4	8	$4 \div 8 = \frac{1}{2}$	नहीं
12	3	$12 \div 3 = 4$	हाँ
5	7	..... ÷ ..... = .....	नहीं
.....	.....	..... ÷ ..... = .....	.....
.....	.....	.....	.....

उपर्युक्त सारणी से हम निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि दो पूर्ण संख्याओं का विभाजन (भाग) सदैव एक पूर्ण संख्या नहीं है। अतः हम कह सकते हैं कि पूर्ण संख्याएँ विभाजन के अन्तर्गत संवृत नहीं हैं। कुछ अन्य उदाहरण लेकर उपरोक्त कथन की पुष्टि कीजिए।



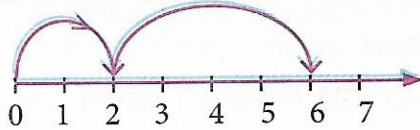


**याद रखिए**

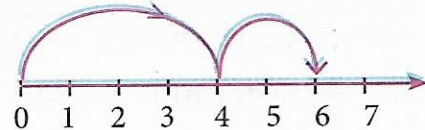
- ✦ पूर्ण संख्याएँ, योग तथा गुणन के अन्तर्गत संवृत (closed) होता है।
- ✦ पूर्ण संख्याएँ ब्यवकलन (घटाव) तथा विभाजन (भाग) के अन्तर्गत संवृत नहीं होते हैं।

**2.6.2 क्रमविनिमेय गुण (Commutative property)**

योग का क्रमविनिमेय : संख्या रेखा पर  $2 + 4$  तथा  $4 + 2$  का दिखाएँ।



$2 + 4 = 6$



$4 + 2 = 6$

उपर्युक्त आकृतियों से स्पष्ट है कि  $2 + 4$  और  $4 + 2$  दोनों बराबर हैं क्योंकि दोनों से समान उत्तर 6 प्राप्त होता है।

**स्पष्टतः**  $2 + 4 = 4 + 2 = 6$

क्या अन्य पूर्ण संख्याएँ भी ये गुण प्रदर्शित करती हैं? इसे जानने के लिए जाँच कीजिए।

i)  $6 + 5$  और  $5 + 6$

ii)  $3 + 5$  और  $5 + 3$

iii)  $7 + 3$  और  $3 + 7$

iv)  $0 + 8$  और  $8 + 0$

क्या आपको पूर्ण संख्याओं का ऐसा युग्म मिलता है जिसमें संख्याओं को जोड़ने का क्रम बदलने पर योग बराबर न हो? हमें ऐसा कोई युग्म प्राप्त नहीं होता है। अर्थात् किन्हीं दो पूर्ण संख्याओं को किसी भी क्रम में जोड़ने पर उसके योग में कोई बदलाव नहीं होता है। अतः पूर्ण संख्याओं के लिए **योग का क्रमविनिमेय (Commutative)** है।

दूसरे शब्दों में ,

कोई पूर्ण संख्याएँ  $a$  और  $b$  के लिए।

$a + b = b + a$

पूर्ण संख्याओं का यह गुण योग की क्रमविनिमेयता (Commutative property of addition) कहलाता है।

क्या पूर्ण संख्याओं के लिए ब्यवकलन (घटाना) क्रमविनिमेय है? आइए उदाहरण से जानें -





एक पूर्ण संख्या (a)	दूसरी पूर्ण संख्या (b)	a - b	b - a	क्या a - b = b - a है ?
6	3	$6 - 3 = 3$	$3 - 6 = -3$	नहीं
0	4	$0 - 4 = -4$	$4 - 0 = 4$	नहीं
2	5	$2 - 5 = -3$	$5 - 2 = 3$	नहीं
9	7	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....

उपरोक्त सारणी से स्पष्ट है कि दो पूर्ण संख्याओं के क्रम बदलकर व्यवकलन करने पर परिणाम समान नहीं होता है अर्थात् पूर्ण संख्याओं के लिए व्यवकलन (घटाव) क्रमविनिमेय नहीं है। अतः कोई दो पूर्ण संख्याएँ a और b के लिए

$$a - b \neq b - a$$

कुछ और उदाहरण लेकर उक्त कथन की पुष्टि कीजिए।

**गुणन का क्रमविनिमेयता :** क्या पूर्ण संख्याओं के लिए, गुणन का भी क्रमविनिमेयता गुण होता है? आइए इसे जानते हैं।

निम्नांकित चित्रों में कंचों की संख्या गिनिए।

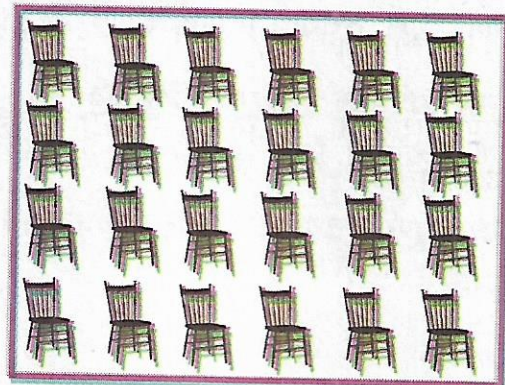
पाँच कंचे दो पंक्ति में      दो कंचे पाँच पंक्ति में  
अर्थात्,  $5 \times 2 = 10$       अर्थात्,  $2 \times 5 = 10$   
अतः       $5 \times 2 = 2 \times 5$



**इसे अन्य गतिविधि से भी जानने का प्रयास करते हैं।**

आपके पास 24 कुर्सियाँ हैं। कुर्सियों की चार पंक्तियाँ बनानी हैं। प्रत्येक पंक्ति में 6 कुर्सियाँ हैं।

यदि प्रत्येक पंक्ति में चार कुर्सियाँ होती तो क्या कुर्सियों की कुल संख्या में कोई परिवर्तन होगा?



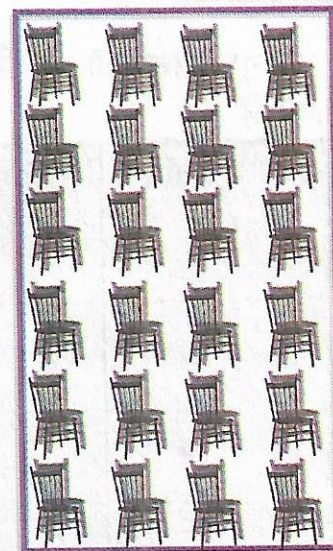
$$4 \times 6$$



स्पष्ट है कि कुर्सियों की कुल संख्या समान रहेगा।

अर्थात्  $4 \times 6 = 6 \times 4 = 24$

अतएव, पूर्ण संख्याओं के लिए गुणन का भी क्रमविनिमेयता गुण है। इस कथन की पुष्टि के लिए आइए कुछ और उदाहरण लेते हैं।



$6 \times 4$

दो पूर्ण संख्या a और b के लिए

एक पूर्ण संख्या (a)	दूसरी पूर्ण संख्या (b)	$a \times b$	$b \times a$	क्या $a \times b = b \times a$ है?
4	5	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 4 = 20$	हाँ
7	0	$7 \times 0 = 0$	$0 \times 7 = 0$	हाँ
3	1	$3 \times 1 = 3$	$1 \times 3 = 3$	हाँ
.....	.....	... $\times$ ... = .....	..... $\times$ ..... = .....	.....

उपर्युक्त उदाहरणों से पता चलता है कि हम दो पूर्ण संख्याओं को किसी भी क्रम में गुणा कर सकते हैं। अतएव, हम कह सकते हैं कि पूर्ण संख्याओं के लिए गुणन क्रमविनिमेय गुण है। ( Multiplication of whole numbers is commutative )

अर्थात्,  $a \times b = b \times a$





क्या पूर्ण संख्याओं का विभाजन (भाग) क्रमविनिमेय है? जानने के लिए कुछ उदाहरण लेते हैं -

एक पूर्ण संख्या (a)	दूसरी पूर्ण संख्या (b)	$a \div b$	$b \div a$	क्या $a \div b = b \div a$ है ?
8	2	$8 \div 2 = 4$	$2 \div 8 = \frac{1}{4}$	नहीं
6	3	$6 \div 3 = 2$	$3 \div 6 = \frac{1}{2}$	नहीं
5	15	$15 \div 5 = 3$	$5 \div 15 = \frac{1}{3}$	नहीं
.....	.....	.... $\times$ .... = ....	..... $\times$ .... = .....	.....

उपर्युक्त सारणी के परिणाम के आधार पर निष्कर्ष निकलता है कि पूर्ण संख्याओं के विभाजन (भाग) के लिए क्रमविनिमेय गुण नहीं है।

अर्थात्  $a \div b \neq b \div a$

किन्हीं दो संख्याओं  $a$  और  $b$  के लिए और उदाहरण लेकर उक्त कथन की पुष्टि कीजिए।

### याद रखिए

- ✦ पूर्ण संख्याओं के लिए योग तथा गुणन दोनों ही क्रमविनिमेय हैं।
- ✦ पूर्ण संख्याओं के लिए व्यवकलन (घटाव) तथा विभाजन (भाग) क्रमविनिमेय नहीं हैं।

### 2.6.3 साहचर्य गुण (Associative property):

**योग का साहचर्य गुण :**

**उदाहरण** : संख्या 2, 8 और 6 के लिए इस गुण की जाँच कीजिए।

**हल** :  $(2 + 8) + 6 = 10 + 6 = 16$

तथा  $2 + (8 + 6) = 2 + 14 = 16$

अतः  $(2 + 8) + 6 = 2 + (8 + 6) = 16$

इसलिए, संख्याएँ 2, 8 और 6 योग के साहचर्य गुण का पालन करती हैं।

**उदाहरण** : संख्या 237, 198 और 102 को जोड़िए।





$$\begin{aligned} \text{हल} : 237 + 198 + 102 &= 237 + (198 + 102) \\ &= 237 + 300 = 537 \end{aligned}$$

क्या पूर्ण संख्याओं में व्यवकलन (घटाव) साहचर्य गुण का पालन करता है? इसे जानने के लिए आइए एक उदाहरण लेते हैं।

$$(7 - 4) - 3 = 3 - 3 = 0 \quad \text{तथा} \quad 7 - (4 - 3) = 7 - 1 = 6$$

$$\therefore (7 - 4) - 3 \neq 7 - (4 - 3)$$

अतः पूर्ण संख्याएँ व्यवकलन में साहचर्य नहीं है। ( whole numbers are not associative over subtraction)

कुछ अन्य उदाहरण लेकर उक्त कथन की पुष्टि कीजिए ।

संख्याओं को किसी भी क्रम में समूह बनाकर जोड़ने से समान योगफल प्राप्त होता है। पूर्ण संख्याओं का यह गुण योग का साहचर्य गुण (Associative property of addition) कहलाता है। किन्हीं तीन पूर्ण संख्याओं a, b और c के लिए।

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

**गुणन का साहचर्य गुण :**

दिये गये आकृतियों में बिंदुओं को गिनिए।

आकृति (i) में, प्रत्येक खाने (Box) में  $2 \times 3$  बिंदु है। यहाँ कुल 4 खाने हैं।

इसलिए, बिंदुओं की संख्या

$$(2 \times 3) \times 4 = 24 \text{ है।}$$

आकृति (ii) में, प्रत्येक खाने में  $3 \times 4$  बिंदु है। यहाँ कुल दो खाने हैं। इसलिए बिंदुओं की संख्या

$$2 \times (3 \times 4) = 24 \text{ है।}$$

इस प्रकार,  $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$  है।

यह पूर्ण संख्याओं के गुणन का साहचर्य गुण (Associative Property of Multiplication on Whole Numbers ) कहलाता है।

अर्थात्, संख्याओं को किसी भी क्रम में समूह बनाकर गुणा करने से समान गुणनफल प्राप्त होता है।

तीन पूर्ण संख्याओं a, b और c के लिए गुणा का साहचर्य नियम :

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$





उदाहरण : क्या  $(3 \times 5) \times 4 = 3 \times (5 \times 4)$  है?

हल :  $(3 \times 5) \times 4 = 15 \times 4 = 60$

$3 \times (5 \times 4) = 3 \times 20 = 60$

$\therefore (3 \times 5) \times 4 = 3 \times (5 \times 4)$  है।

उदाहरण :  $25 \times 8358 \times 4$  को ज्ञात कीजिए।

हल :  $25 \times 8358 \times 4 = 8358 \times 4 \times 25$  (क्रमविनिमेय गुण से)  
 $= 8358 \times 100 = 835800$

क्या पूर्ण संख्याओं के विभाजन में साहचर्य गुण लागू होता है?

इसके लिए आइए एक उदाहरण लेते हैं :

$(16 \div 4) \div 2 = 4 \div 2 = 2$

$16 \div (4 \div 2) = 16 \div 2 = 8$

$\therefore (16 \div 4) \div 2 \neq 16 \div (4 \div 2)$

अतः पूर्ण संख्याओं के विभाजन में साहचर्य गुण लागू नहीं होता है। (whole numbers are not associative over division)

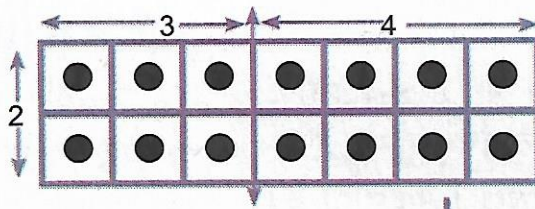
क्या  $(28 \div 14) \div 2$  और  $28 \div (14 \div 2)$  बराबर है ? पता कीजिए।

### याद रखिए

- ✦ पूर्ण संख्याएँ, योग और गुणन के लिए साहचर्य हैं।
- ✦ पूर्ण संख्याएँ, व्यवकलन (घटाव) तथा विभाजन (भाग) के लिए साहचर्य नहीं है।

### 2.6.4 वितरण का गुण (Distributive property)

योग पर गुणन का वितरण (The distributive property of multiplication over addition):



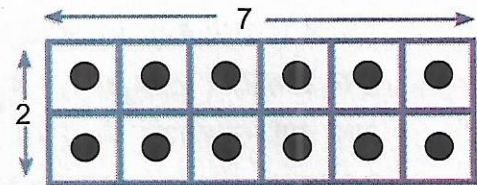
आकृति i

आकृति (i) में  $2 \times 3 = 6$

तथा  $2 \times 4 = 8$

$2 \times 3 + 2 \times 4 = 6 + 8 = 14$

अर्थात्, पूर्ण संख्याएँ  $a$ ,  $b$  और  $c$  के लिए



आकृति ii

आकृति (ii) में  $2 \times 7$

अतः  $2 \times 7 = 2 \times (3 + 4) = 14$

$2 \times (3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14$

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$





**उदाहरण** : क्या  $4 \times (5 + 8) = (4 \times 5) + (4 \times 8)$  है?

**हल** :  $4 \times (5 + 8) = (4 \times 5) + (4 \times 8)$

बायाँ पक्ष  $= 4 \times (5 + 8),$  = दायाँ पक्ष  $(4 \times 5) + (4 \times 8)$

$= 4 \times 13,$  =  $20 + 32$

$= 52,$  =  $52$

बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

$\therefore 4 \times (5 + 8) = (4 \times 5) + (4 \times 8)$

**उदाहरण** : वितरण गुण का प्रयोग करते हुए  $12 \times 35$  का मान ज्ञात कीजिए।

**हल** :  $12 \times 35 = 12 \times (30 + 5)$

$= (12 \times 30) + (12 \times 5)$

$= 360 + 60 = 420$

**उदाहरण** : सरल कीजिए :  $(136 \times 65) + (136 \times 35)$

**हल** :  $(136 \times 65) + (136 \times 35) = 136 \times (65 + 35)$

$= 136 \times 100 = 13600$

### व्यवकलन पर गुणन का वितरण

**(Distributive property of multiplication over subtraction) :**

क्या पूर्ण संख्याओं के व्यवकलन (घटाव) पर गुणन का वितरण नियम लागू होता है? चर्चा कीजिए।

**उदाहरण** : क्या  $6 \times (5 - 3) = (6 \times 5) - (6 \times 3)$  है?

**हल** : बायाँ पक्ष  $6 \times (5 - 3) = 6 \times 2 = 12$

दायाँ पक्ष  $(6 \times 5) - (6 \times 3) = 30 - 18 = 12$

$\therefore 6 \times (5 - 3) = (6 \times 5) - (6 \times 3)$

अतः पूर्ण संख्याओं के लिए व्यवकलन पर भी गुणन का वितरण नियम लागू होता है। पूर्ण संख्याएँ **a**, **b** और **c** के लिए।

$$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$$

**उदाहरण** : सरल कीजिए  $(215 \times 18) - (215 \times 8)$

**हल** :  $(215 \times 18) - (215 \times 8) = 215 \times (18 - 8)$

$= 215 \times 10 = 2150$





### तत्समक अवयव (Identity Element)

#### योज्य और गुणात्मक तत्समक (Additive and Multiplicative Identity)

पूर्ण संख्याओं के संग्रह में शून्य (0) की उपस्थिति योज्य तत्समक (Additive Identity) तथा संख्या 1 को गुणात्मक तत्समक (Multiplicative identity) कहा जाता है। आइए इन्हें उदाहरण से समझते हैं।

#### योज्य तत्समक (Additive identity) :

हम जानते हैं कि 0 सबसे छोटी पूर्ण संख्या है। आइए देखते हैं, जब हम 0 को किसी पूर्ण संख्या में जोड़ते हैं तो क्या होता है?

$$1 + 0 = 1$$

$$6 + 0 = 6$$

$$0 + 52 = 52$$

$$0 + 999 = 999$$

किसी पूर्ण संख्या  $a$  के लिए,

$$a + 0 = a = 0 + a$$

अतः जब हम 0 को किसी पूर्ण संख्या में जोड़ते हैं तो परिणाम वही पूर्ण संख्या होती है। इसलिए, शून्य को पूर्ण संख्याओं के योग के लिए तत्समक अवयव (identity element for addition) कहा जाता है। दूसरे शब्दों में शून्य (0) पूर्ण संख्याओं के लिए योज्य तत्समक (Additive identity) है।

#### गुणात्मक तत्समक (The multiplicative identity)

आइए, हम निम्नलिखित गुणनफलों (Product) का अवलोकन करते हैं।

$$7 \times 1 = 7$$

$$20 \times 1 = 20$$

$$222 \times 1 = 222$$

$$1 \times 7 = 7$$

$$1 \times 20 = 20$$

$$1 \times 222 = 222$$

किसी पूर्ण संख्या  $a$  के लिए।

$$a \times 1 = a = 1 \times a$$

अर्थात्, किसी पूर्ण संख्या को 1 से गुणा करने पर वही पूर्ण संख्या प्राप्त होती है। इसलिए 1 को पूर्ण संख्याओं के गुणन के लिए तत्समक अवयव (Identity element for multiplication) कहा जाता है। दूसरे शब्दों में 1 पूर्ण संख्याओं के लिए गुणात्मक तत्समक है।

#### याद रखिए

- ✦ पूर्ण संख्याओं के लिए 0 योग तत्समक है।
- ✦ पूर्ण संख्याओं के लिए 1 गुणात्मक तत्समक है।





**शून्य द्वारा गुणन (Multiplication by Zero)**

क्या होता है जब एक पूर्ण संख्या को 0 से गुणा किया जाता है?

**शून्य द्वारा गुणन (multiplication by Zero)**

हम जानते हैं कि  $0 + 0 = 0$  या  $2 \times 0 = 0$

$0 + 0 + 0 = 0$  या  $3 \times 0 = 0$

आइए हम कुछ और पूर्ण संख्याओं को 0 से गुणा करते हैं।

$$0 \times 3 = 0$$

$$3 \times 0 = 0$$

$$0 \times 11 = 0$$

$$11 \times 0 = 0$$

यदि  $a$  कोई पूर्ण संख्या है तो

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

अर्थात् किसी पूर्ण संख्या को शून्य (0) से गुणा करने पर परिणाम शून्य प्राप्त होता है। इसे शून्य का गुणात्मक गुण (Multiplicative property of zero) कहा जाता है।

**याद रखिए**

- ✦ किसी भी पूर्ण संख्या को 0 से गुणा करने पर परिणाम सदैव 0 होता है।

**इन्हें भी जानिए**

- ✦ किसी पूर्ण संख्या को जब 1 से भाग देते हैं, तो वही पूर्ण संख्या प्राप्त होती है।  
उदाहरण :  $\frac{5}{1} = 5$ ,  $\frac{11}{1} = 11$ ,  $\frac{100}{1} = 100$  इत्यादि।
- ✦ 0 को जब किसी शून्येत्तर पूर्ण संख्या से भाग देते हैं, तो 0 प्राप्त होता है।  
उदाहरण :  $\frac{0}{5} = 0$ ,  $\frac{0}{12} = 0$ ,  $\frac{0}{100} = 0$  इत्यादि।
- ✦  $\frac{0}{0} =$  परिभाषित नहीं (not defined)।
- ✦ शून्य के अतिरिक्त पूर्ण संख्याएँ शून्येत्तर पूर्ण संख्याएँ हैं।





**उदाहरण** : उपयुक्त क्रम में सजाकर योगफल ज्ञात कीजिए ।

(a)  $837 + 208 + 363$

(b)  $1962 + 453 + 1538 + 647$

**हल** : (a)  $837 + 208 + 363$

$$= (837 + 363) + 208$$

$$= 1200 + 208$$

$$= 1408$$

(b)  $1962 + 453 + 1538 + 647$

$$= (1962 + 1538) + (453 + 647)$$

$$= 3500 + 1100$$

$$= 4600$$

**उदाहरण** : उपयुक्त क्रम में सजाकर गुणनफल ज्ञात कीजिए

(a)  $2 \times 1768 \times 50$

(b)  $125 \times 40 \times 8 \times 25$

**हल** : (a)  $2 \times 1768 \times 50$

$$= (2 \times 50) \times 1768$$

$$= 100 \times 1768$$

$$= 176800$$

(b)  $125 \times 40 \times 8 \times 25$

$$= (125 \times 8) \times (40 \times 25)$$

$$= 1000 \times 1000$$

$$= 10,00,000$$

**उदाहरण** : निम्नलिखित में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए :

(a)  $197 \times 17 + 197 \times 3$

(b)  $369 \times 117 - 369 \times 17$

**हल** : (a)  $197 \times 17 + 197 \times 3$

$$= 197 \times (17 + 3)$$

$$= 197 \times 20$$

$$= 3940$$

{बंटन (वितरण) गुण द्वारा}

(b)  $369 \times 117 - 369 \times 17$

$$= 369 \times (117 - 17)$$

$$= 369 \times 100$$

$$= 36900$$

(वितरण गुण द्वारा)





**उदाहरण** : उपयुक्त गुणों का प्रयोग करके गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(a)  $837 \times 102$

(b)  $268 \times 99$

**हल** : (a)  $837 \times 102 = 837 \times (100 + 2)$   
 $= 837 \times 100 + 837 \times 2$  (बंटन नियम से)  
 $= 83700 + 1674$   
 $= 85374$

(b)  $268 \times 99 = 268 \times (100 - 1)$   
 $= 268 \times 100 - 268 \times 1$  (बंटन नियम से)  
 $= 26800 - 268 = 26532$

**उदाहरण** : एक व्यक्ति द्वारा प्रतिदिन प्रति बच्चा भोजन के लिए ₹20 और अंडा के लिए ₹4 व्यय किया जाता है। इन मदों में 5 दिनों में एक बच्चे पर कितना व्यय होता है?

**हल** : पहली विधि :

एक दिन में भोजन पर व्यय = ₹20

एक दिन में अंडा पर व्यय = ₹4

अब 5 दिनों में भोजन पर कुल व्यय = ₹(5 × 20)

तथा 5 दिनों में अंडा पर कुल व्यय = ₹(5 × 4)

∴ कुल व्यय = ₹(5 × 20) + ₹(5 × 4)

= ₹100 + ₹20 = ₹120

अतः 5 दिनों में भोजन और अंडा पर व्यय = ₹120

दूसरी विधि : एक दिन में भोजन और अंडा पर व्यय = ₹(20 + 4) = ₹24

5 दिनों में दोनों मदों पर व्यय = ₹5 × 24 = ₹120

**उदाहरण** : रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए एवं गुण का नाम लिखिए।

(a)  $218 + 729 = 729 + \dots$

(b)  $219 \times \dots = 0$

(c)  $1003 + 0 = \dots$

(d)  $3942 + (63 + 95) = (3942 + \dots) + 95$

(e)  $25 \div 0 = \dots$

(f)  $81 + 19 = \dots$

(g)  $595 \times 1 = \dots$

(h)  $725 \times 115 = 115 \times \dots$

(i)  $42 \times (56 \times 94) = (42 \times 56) \times \dots$

(j)  $78 \times 95 = (78 \times 100) - (78 \times \dots)$





- हल : (a)  $218 + 729 = 729 + 218$ . (योग का क्रमविनिमेय गुण)  
 (b)  $219 \times 0 = 0$  (शून्य का गुणात्मक गुण)  
 (c)  $1003 + 0 = 1003$  (शून्य का योज्य गुण)  
 (d)  $3942 + (63+95) = (3942+63)+95$  (योग का साहचर्य गुण)  
 (e)  $25 \div 0 =$  परिभाषित नहीं..... (शून्य द्वारा विभाजन गुण)  
 (f)  $81 + 19 = 100$  (योग का संवृत गुण)  
 (g)  $595 \times 1 = 595$  (1 का गुणात्मक गुण)  
 (h)  $725 \times 115 = 115 \times 725$  (गुणा का क्रमविनिमेय गुण)  
 (i)  $42 \times (56 \times 94) = (42 \times 56) \times 94$  (गुणा का साहचर्य गुण)  
 (j)  $78 \times 95 = 78 \times 100 - 78 \times 5$  (व्यकलन पर वितरण का गुण)

### प्रश्नावली 2.2

- उपयुक्त क्रम में लगाकर योग ज्ञात कीजिए।
 

(a) $197 + 234 + 103$	(b) $56 + 33 + 44$
(c) $1783 + 347 + 117 + 153$	(d) $567 + 470 + 33 + 230$
- उपयुक्त क्रम में लगाकर गुणनफल ज्ञात कीजिए।
 

(a) $2 \times 1768 \times 50$	(b) $4 \times 456 \times 25$
(c) $125 \times 375 \times 16$	(d) $125 \times 40 \times 8 \times 25$
- निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए।
 

(a) $297 \times 27 + 297 \times 13$	(b) $69 \times 78 + 22 \times 69$
(c) $6915 \times 173 - 6915 \times 73$	(d) $3845 \times 105 - 3845 \times 5$
- उपयुक्त गुणों का प्रयोग करके गुणनफल ज्ञात कीजिए।
 

(a) $738 \times 103$	(b) $485 \times 102$	(c) $257 \times 1007$
(d) $1007 \times 385$	(e) $368 \times 99$	(f) $997 \times 678$
- एक दूध वाला किसी होटल में सुबह को 32 लीटर दूध देता है और शाम को 68 लीटर दूध देता है। यदि दूध का मूल्य ₹15 प्रति लीटर है तो दूधवाले को प्रतिदिन कितनी धनराशि प्राप्त होगी?
- किसी कक्षा में 20 लड़कियाँ और 15 लड़के हैं। एक दिव्यांग व्यक्ति को आर्थिक मदद के लिए प्रत्येक बच्चा ₹5 देता है। उस दिव्यांग व्यक्ति को कितनी राशि प्राप्त होगी?
- किसी गाँव की जनसंख्या 1600 है। यदि उस गाँव में 589 पुरुष और 421 महिलाएँ हैं, तो बच्चों की संख्या ज्ञात कीजिए।





8. रिक्त स्थानों को भरिए।

- |                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| (a) $632 \times 0 = \dots\dots\dots$ | (b) $375 - 0 = \dots\dots\dots$                   |
| (c) $0 \div 10 = \dots\dots\dots$    | (d) $4372 \div 1 = \dots\dots\dots$               |
| (e) $222 \times 1 = \dots\dots\dots$ | (f) $768 + \dots\dots\dots = 768$                 |
| (g) $99 + 40 = \dots\dots\dots + 99$ | (h) $735 \times 265 = 265 \times \dots\dots\dots$ |

9.  $56 + 33 + 44$  मान को दो तरीके से ज्ञात कीजिए।

10. निम्नलिखित में पूर्ण संख्याओं के किस गुण का उपयोग किया गया है?

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| (a) $2 \times 19 \times 50 = 2 \times 50 \times 19$        | (b) $35 + 199 = 199 + 35$          |
| (c) $99 + 0 = 0 + 99 = 99$                                 | (d) $527 + 1 = 1 \times 527 = 527$ |
| (e) $(75 + 1005) + 25 = 75 + (1005 + 25)$                  |                                    |
| (f) $738 \times (100 + 4) = 738 \times 100 + 738 \times 4$ |                                    |

### 3.5 पूर्ण संख्याओं में प्रतिरूप ( Patterns in Whole numbers )

प्रतिरूप सरलीकरण की प्रक्रियाओं में हमारी सहायता करती है।

9, 99 इत्यादि को 10, 100, इत्यादि के पदों में लिखने से हमें हल प्राप्त करने में आसानी होती है।

जैसे :  $9 = 10 - 1$ ,  $99 = 100 - 1$

**उदाहरण 1.** निम्नलिखित प्रतिरूप का अध्ययन कीजिए।

- |  |
|--|
| (a) $79 + 9 = 79 + 10 - 1 = (79 + 10) - 1 = 89 - 1 = 88$         |
| (b) $79 - 9 = 79 - 10 + 1 = (79 - 10) + 1 = 69 + 1 = 70$         |
| (c) $117 + 99 = 117 + 100 - 1 = (117 + 100) - 1 = 217 - 1 = 216$ |
| (d) $117 - 99 = 117 - 100 + 1 = (117 - 100) + 1 = 17 + 1 = 18$   |

**उदाहरण 2.** आइए एक और प्रतिरूप देखते हैं।

- |   |
|---|
| (a) $84 \times 9 = 84 \times (10 - 1) = 84 \times 10 - 84 \times 1 = 840 - 84 = 756$      |
| (b) $84 \times 99 = 84 \times (100 - 1) = 84 \times 100 - 84 \times 1 = 8400 - 84 = 8316$ |
| (c) $84 \times 999 = 84 \times (1000 - 1) = \dots\dots\dots$                              |

उपरोक्त प्रतिरूपों से हमें संख्याओं को जोड़ने, घटाने तथा गुणा करने की एक संक्षिप्त विधि प्राप्त होती है। जिससे हमें प्रश्नों को मौखिक रूप से हल करने में सहायता मिलती है।





**उदाहरण 3.** निम्नलिखित प्रतिरूप से किसी संख्या को 5, 25 या 125 से गुणा करने की एक आकर्षक एवं संक्षिप्त विधि प्राप्त करते हैं। हम लिख सकते हैं :

$$5 = \frac{10}{2}, 25 = \frac{100}{4}, 125 = \frac{1000}{8}, \text{ आदि।}$$

$$(a) 76 \times 5 = 76 \times \frac{10}{2} = \frac{760}{2} = 380$$

$$(b) 76 \times 25 = 76 \times \frac{100}{4} = \frac{7600}{4} = 1900$$

$$(c) 76 \times 125 = 76 \times \frac{1000}{8} = \frac{76000}{8} = 9500$$

### प्रश्नावली 2.3

1. निम्नलिखित प्रतिरूप का अध्ययन कीजिए एवं इसके अगले चरण को लिखिए ।

$$(a) 1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$(b) 1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

2. उपयुक्त विधि से मान ज्ञात कीजिए।

$$(a) 728 \times 101$$

$$(b) 824 \times 25$$

$$(c) 4321 \times 1001$$

$$(d) 504 \times 35$$

### याद रखिए

- ❖ गिनने वाली संख्याएँ 1, 2, 3, 4..... प्राकृत संख्याएँ कहलाती हैं।
- ❖ 0, 1, 2, 3, ..... पूर्ण संख्याएँ हैं।
- ❖ सभी प्राकृत संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ भी हैं, लेकिन सभी पूर्ण संख्याएँ प्राकृत संख्याएँ नहीं हैं।
- ❖ संख्या रेखा पर दाईं ओर चलने पर संगत योग प्राप्त होता है जबकि बाईं ओर चलने पर संगत व्यवकलन (घटाव) प्राप्त होता है।
- ❖ पूर्ण संख्याएँ योग और गुणन के अन्तर्गत संवृत (Closed) हैं। दूसरे शब्दों में दो पूर्ण संख्याओं का योग हमेशा एक पूर्ण संख्या ही होती है तथा दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल हमेशा एक पूर्ण संख्या होती है।



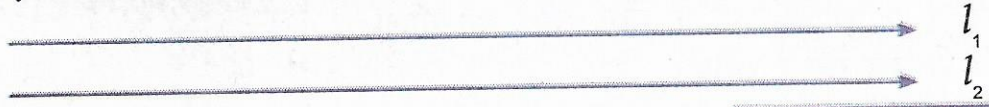


**क्रियाकलाप**

**उद्देश्य :** यह साबित करना कि पूर्ण संख्याओं का योग क्रमविनिमेय होता है।

**कार्य विधि:**

1. एक सफेद कागज लीजिए और उस पर दो सरल रेखाएँ इस अनुसार बनाइए।



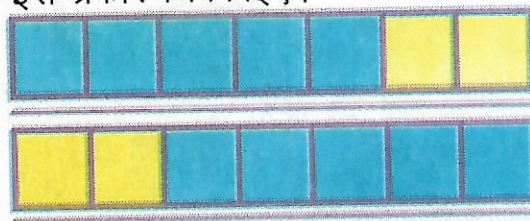
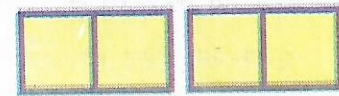
2. एक ग्राफ पेपर लीजिए और उससे इकाई माप की 5 वर्गों वाली दो पट्टियाँ बना कर उनमें नीला रंग भरिए।



3. इसी प्रकार इकाई माप की 2 वर्गों वाली दो पट्टियाँ बना कर उनमें पीला रंग भरिए।



4. अब नीली और पीली पट्टियों को सफेद कागज पर खींची गई रेखाओं  $l_1$  और  $l_2$  के अनुदिश इस प्रकार चिपकाइए।



**प्रेक्षण (Observation)**

उपरोक्त आकृति से

रेखा  $l_1$  पर संयोजित पट्टियों की लंबाई =  $5 + 2$

रेखा  $l_2$  पर संयोजित पट्टियों की लंबाई =  $2 + 5$

आकृति से स्पष्ट है कि  $l_1$  पर लगाई गई संयोजित पट्टियों की लंबाई  $l_2$  पर लगाई गई संयोजित पट्टियों की लंबाई के बराबर है।

अतः  $5 + 2 = 2 + 5$

**निष्कर्ष :** पूर्ण संख्याओं का योग क्रमविनिमेय होता है।

**प्रयास कीजिए**

✦ इस क्रियाकलाप को संख्या युग्म (4, 5) तथा (6, 2) की संगत पट्टियों लेकर दिखाइए।



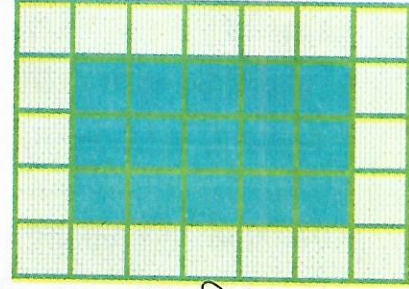


## क्रियाकलाप

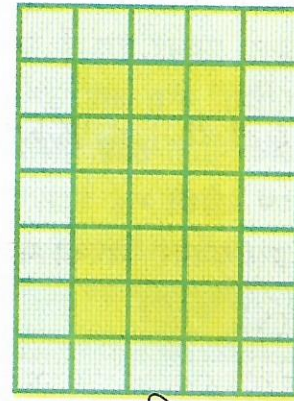
**उद्देश्य :** यह साबित करना कि पूर्ण संख्याओं का गुणन क्रमविनिमेय होता है।

**कार्यविधि :**

1. एक ग्राफ पेपर लीजिए और उस पर  $5 \times 3$  दर्शाने के लिए 3 वर्गों के पाँच स्तंभों को नीला रंग से इस प्रकार रंगिए।
2. ग्राफ पेपर पर  $3 \times 5$  दर्शाने के लिए 5 वर्गों के तीन स्तंभों को पीला रंग से इस प्रकार रंगिए।
3. अब दोनों ग्राफ पेपर के रंगीन भागों को काट लीजिए।
4. एक चार्ट पेपर पर नीले कटे हुए रंगीन ग्राफ पेपर को चिपकाइए तथा उस पर पीले कटे हुए रंगीन ग्राफ पेपर को इस प्रकार रखिए कि वह उसे ठीक-ठीक ढँक ले।



आकृति (a)



आकृति (b)

**प्रेक्षण (Observation) :** उपरोक्त आकृति में, नीले रंग के वर्गों की संख्या  $= 3 \times 5 = 15$   
पीले रंग के वर्गों की संख्या  $= 5 \times 3 = 15$   
अतः  $3 \times 5 = 5 \times 3$

**निष्कर्ष :** पूर्ण संख्याओं का गुणन क्रमविनिमेय होता है।

## प्रयास कीजिए

✦ इस क्रियाकलाप को संख्या युग्म (3, 4) तथा (7, 4) के लिए कीजिए।

## वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. सबसे छोटी प्राकृत संख्या है।  
(a) 0                      (b) 1                      (c) 25                      (d) इनमें से कोई नहीं।
2. सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।  
(a) 1                      (b) 0                      (c) 100                      (d) इनमें से कोई नहीं।



3.  $117 \times 0 = \dots$   
 (a) 1 (b) 117 (c) 0 (d) परिभाषित नहीं
4.  $8 \div 0 = \dots$   
 (a) 8 (b) 0 (c) 1 (d) परिभाषित नहीं
5.  $0 \div 7 = \dots$   
 (a) 7 (b) 10 (c) 0 (d) परिभाषित नहीं
6.  $625 \times 1 = \dots$   
 (a) 1 (b) 0 (c) 625 (d) परिभाषित नहीं
7. इनमें से कौन योज्य तत्समक (Additive Identity) है।  
 (a) 1 (b) 0 (c) 4 (d) इनमें से कोई नहीं
8. इनमें से कौन गुणात्मक तत्समक (Multiplicative Identity) है।  
 (a) 1 (b) 0 (c) (a) एवं (b) (d) इनमें से कोई नहीं
9. प्रत्येक वर्ग संख्या एक आयत संख्या भी है सिर्फ इसे छोड़कर  
 (a) 0 (b) 1 (c) (a) एवं (b) (d) 9
10.  $170 \times 4 + 170 \times 6$  का मान होगा।  
 (a) 7200 (b) 2700 (c) 17000 (d) इनमें से कोई नहीं
11. 23 और 38 के बीच कितनी पूर्ण संख्याएँ हैं?  
 (a) 14 (b) 15 (c) 13 (d) 16
12. 1000 का पूर्ववर्ती है।  
 (a) 899 (b) 999 (c) 1001 (d) 1000
13.  $2 \times 125 \times 50 = \dots$   
 (a) 12500 (b) 1250 (c) 5000 (d) 125000
14. इनमें से कौन एक वर्ग संख्या है।  
 (a) 200 (b) 2700 (c) 17000 (d) इनमें से कोई नहीं
15.  $168 + 329 = 329 + 168$  में कौन-सा गुण है।  
 (a) संवृत (b) क्रमविनिमेय (c) साहचर्य (d) बंटन

