Page (1)

B.C.S. GOVT. P.G. COLLEGE DHAMTARI (C.G.)

(180 copies) PRE. ANNUAL EXAMINATION 2020-21

MATHEMATICS

DATE. 24-03-2021

PAPER FIRST

(Algebra and Trigonometry)

Class - B.Sc Ist

Max Marks :- (50)

Time :- 3.00 Hour

नोट :- केवल एक इकाई के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न हल करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान है।

NOTE :- Attempt only one unit in each paper. Attempt only two parts from each question. All question carry equal marks-

इकाई - I [UNIT-I]

1 (a) आव्यूह A के अभिलाक्षणिक मूलों को ज्ञात कीजिए तथा संगत अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए।
Determine the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matric A.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

(b) निम्नलिखित आव्यूह का पंक्ति ऐशलान रुप में समानयन कीजिए और इसकी जाति ज्ञात कीजिए :-
Reduce the following matrix to the row Reduce echelon form and determine its rank :-

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

(c) वर्गसम आव्यूह को परिभाषित कीजिए तथा दिखाइये कि हर्मिटीय आव्यूह के अभिलाक्षणिक मान वास्तविक होते है।
Define idempotent matrix and show that the characteristic values of Hermitian matrix are real.

इकाई - II [UNIT - II]

(a) कार्डन विधि से त्रिघात को हल कीजिए।

$$x^3 - 15x - 126 = 0$$

Solve the cubic by Carbon's method:-

$$x^3 - 15x - 126 = 0$$

(b) समीकरण $6x^3 - 11x^2 + 6x - 1 = 0$ के मूलों को ज्ञात कीजिए यदि ये हरात्मक श्रेणी (H.P.) में हैं।

Find the roots of the following equation of they are in H.P.. $6x^3 - 11x^2 + 6x - 1 = 0$

(c) दर्शाइये कि निम्न समीकरण असंगत है :- (आव्यूह विधि द्वारा)
show that following equations are inconsistent (using matrix method)

$$x + y + z = -3$$
$$3x - y - 2z = -2$$
$$2x + 4y + 7z = 7$$

इकाई - III [UNIT - III]

3 (a) सिद्ध कीजिए कि किसी उपसमूह के दो दक्षिण (वाम) सहसमुच्चय या तो विसंधीय या सर्वसम होते हैं।
Prove that any two right (left) cosets of a sub-group are either disjoint or identical.

(b) दिखाइये कि किसी चक्रीय समूह के जनक की कोटि चक्रीय समूह की कोटि के बराबर होती है।
Show that order of generator of a cyclic group is equal to the order of that group.

यदि H_1 और H_2 एक समूह G के दो उपसमूह हैं, तब $H_1 \cap H_2$ भी G का एक उपसमूह होता है।
If H_1 and H_2 are subgroups of a group G. Then $H_1 \cap H_2$ is also a subgroup of G.

इकाई - IV [UNIT - IV]

(4) (a) सिद्ध कीजिए कि सभी समूहों के समुच्चय में तुल्याकारिता का संबंध एक तुल्यता संबंध होता है।
Show that the relation of isomorphism in the set of all group is an equivalence relation.

(b) किसी समूह का प्रत्येक समाकारी प्रतिबिम्ब किसी विभाग समूह से तुल्याकारी होता है।
Every homomorphic image of any group is isomorphic to some quotient ~~relation~~, group.

(c) दर्शाइये कि प्रत्येक परिमित पूर्णांकीय प्रांत एक क्षेत्र होता है। Show that each finite integral domain is a field.

इकाई - V [UNIT - V]

(5) (a) सिद्ध कीजिए :- Prove that :-

$$\frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^4}{(\sin\theta + i\cos\theta)^5} = \sin 9\theta - i\cos 9\theta$$

(b) यदि $i^{i^{i^{\cdots\infty}}} = A + iB$ तो सिद्ध कीजिए कि :-
If $i^{i^{i^{\cdots\infty}}} = A + iB$, then show that :-

[1] $\tan\frac{\pi A}{2} = \frac{B}{A}$ [2] $A^2 + B^2 = e^{-\pi B}$

(c) यदि $A+iB = C\tan(x+iy)$, तो सिद्ध कीजिये

If $A+iB = C\tan(x+iy)$, Then prove that

$$\tan 2x = \frac{2CA}{C^2-A^2-B^2}$$

—x—

B.C.S. GOVT. P.G. COLLEGE, DHAMTARI (C.G.)

(copies) PRE ANNUAL EXAMINATION 2020-21

MATHEMATICS

PAPER SECOND

(Calculus)

Class:- B.Sc. I[st]

Time:- 3 Hours.

Max Marks:- (50)

नोट:- केवल एक इकाई के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न हल करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान है।

NOTE:- Attempt only one unit in each paper. Attempt only two parts from each question. All question carry equal marks.

इकाई - I [UNIT - I]

(1)(a) दर्शाइये कि निम्न लिखित फलन f(x), बिंदु x=0 पर संतत तो है पर f'(0) का अस्तित्व नहीं है। Show that the given function f(x) is continuous at x=0, but f'(0) does not exists:-

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x e^{1/x}}{1+e^{1/x}} & ; \text{ if } x \neq 0 \\ 0 & ; \text{ if } x = 0 \end{cases}$$

(b) यदि $y = \sin(m\sin^{-1}x)$, तो दर्शाइये कि

If $y = \sin(m\sin^{-1}x)$, then show that.

$$(1-x^2)\,y_{n+2} - (2n+1)x\,y_{n+1} - (n^2-m^2)\,y_n = 0$$

(c) $2x^3+7x^2+x-1$ को $(x-2)$ की घातों में टेलर प्रमेय से प्रसारित करें।

Expand $2x^3+7x^2+x-1$ using Taylor's theorem in the power of $(x-2)$.

इकाई-II [UNIT-II]

2(a) अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :-
Find the asymptotes:-

$$4x^3-3xy^2-y^3+2x^2-xy-y^2=2$$

(b) सिद्ध कीजिए कि चक्रज $x=a(t+\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$ के किसी बिंदु t पर वक्रता त्रिज्या $\rho=4a\cos(\frac{t}{2})$ है।

Prove that the radius of curvature for the cycloid $x=a(t+\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$ at any point t is $\rho=4a[\cos(\frac{t}{2})]$.

(c) वक्र $y^2(a-x)=x^2(a+x)$ का अनुरेखण कीजिए।
Trace the curve $y^2(a-x)=x^2(a+x)$.

इकाई-III [UNIT-III]

3(a) मान ज्ञात कीजिए:-
Find the value:- $\int_0^{\pi/6}\cos^4 3\theta.\sin^2 6\theta\, d\theta$

(b) वक्र $y^2(2a-x)=x^3$ का वक्र का इसके अनन्तस्पर्शियों के मध्य का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
Find the area enclosed between the curve $y^2(2a-x)=x^3$ and its asymptotes.

(c) परवलय $y^2=4ax$ के शीर्ष से नाभिलम्ब में एक सिरे तक के चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए।
Find the length of the parabola $y^2=4ax$ from the vertex to an extremity of the latum Rectum.

इकाई - IV [UNIT-IV]

4(a) हल कीजिए - (solve :-)

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = e^x + \cos 2x$$

(b) निम्नलिखित समीकरण का व्यापक एवं विचित हल ज्ञात कीजिए :-

$$27y = 8p^2$$

(c) हल कीजिए :- (solve :-)

$$\frac{dy}{dx} + x\sin 2y = x^3\cos^2 y$$

इकाई - V [UNIT-V]

5 (a) हल कीजिए (solve) :-

$$\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{(x^2-y^2)}$$

(b) हल कीजिए (solve) :-

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + (4x^2-3)y = e^{x^2}$$

(c) हल कीजिए (solve) :-

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0 \quad ; \quad \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$

(1) B.C.S. GOVT. P.G. COLLEGE, DHAMTARI (C.G.)

(180 copies)

PRE- ANNUAL EXAMINATION 2020-21

MATHEMATICS PAPER ~~FIRST~~ THIRD

VECTOR ANALYSIS AND GEOMETRY

class: B.Sc. Ist

Max Marks (50) Time :- 3.00 Hours.

नोट :- केवल एक इकाई के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न हल करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान है।

NOTE:- Attempt only one unit in each paper. Attempt only two parts from each question. All question carry equal marks-

इकाई-I [UNIT-I]

1 (a) सिद्ध कीजिए कि :- (Prove that)

$$[l\ m\ n]\ [a\ b\ c] = \begin{vmatrix} l.a & l.b & l.c \\ m.a & m.b & m.c \\ n.a & n.b & n.c \end{vmatrix}$$

(b) $\phi = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ का दिक अवकलज बिंदु $P(1,1,-1)$ पर $2i + j - K$ की दिशा ज्ञात कीजिए?

Find the direction derivative of $\phi = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ at the point $P(1,1,-1)$ in the direction $2i + j - K$

(c) सिद्ध कीजिए कि (Prove that) :-

$$\text{div grad } r^m = \nabla . \nabla r^m = m(m+1) r^{m-2}$$

इकाई-II [UNIT-II]

2 (a) मूल्यांकन कीजिए :- Evaluate :-

$$\int_1^2 [A . (B \times C)]\, dt$$

जहाँ (where) $A = ti - 3j + 2tk$, $B = i - 2j + 2k$,

$C = 3i + tj - k$

Page (2)

3(b) $\int_C F.dr$ मूल्यांकन कीजिए, जहाँ $F = xy\hat{i} + yz\hat{j} + zx\hat{k}$ तथा C वक्र $r = t\hat{i} + t^2\hat{j} + t^3\hat{k}$ है, जहाँ t, -1 से 1 तक बदलता है।

Evaluate $\int_C F.dr$ where $F = xy\hat{i} + yz\hat{j} + zx\hat{k}$ and C is the curve $r = t\hat{i} + t^2\hat{j} + t^3\hat{k}$, t varying from -1 to 1.

2(c) समतल में ग्रीन के प्रमेय का सत्यापन कीजिए :-

Use Green's theorem in plane to evaluate :-

$$I = \oint_C [(x+2y)dx + (y+3x)dy]$$

जहाँ C वृत्त $x^2+y^2=1$ है।

where C is the circle $x^2+y^2=1$

इकाई - III [UNIT-III]

3(a) शाँकव का अनुरेखण कीजिए तथा उसकी नियताएँ ज्ञात कीजिए :-

Trace the conic and also find the equation of its directrices.

वह शाँकव है :- (The conic is :-)

$$17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$$

3 (b) शांकव $x^2+2y^2=2$ से संनाभि शांकव का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिंदु (1,1) से होकर जाता है।

Find the conic confocal with the conic $x^2+2y^2=2$ which passes through the Point (1, 1).

3 (c) यदि PSP' शांकव $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$ की नाभिगत जीवा है, जिसकी नाभि S है, दर्शाइए कि

$$\frac{1}{SP}+\frac{1}{SP'}=\frac{2}{l}$$

If PSP' is the focal chord of a conic $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$, whose focus is S, then show that $\frac{1}{SP}+\frac{1}{SP'}=\frac{2}{l}$.

इकाई-IV [UNIT-IV]

4 (a) त्रिज्याओं r_1 और r_2 के दो गोले लाम्बिक प्रतिच्छेद करते है। सिद्ध कीजिए कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2+r_2^2}}$

Two spheres of radii r_1 and r_2 intersect orthogonally. Prove that the radius of the common circle is :- $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2+r_2^2}}$

(4)(b) सिद्द कीजिए कि समीकरण :-

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 24x + 2xy + 2wz + d = 0$$

एक शंकु प्रदर्शित करता है, यदि :-

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d, \text{ है।}$$

Prove that the equation

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 24x + 2xy + 2wz + d = 0$$

represent the conic.

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{\omega^2}{c} = d$$

(4)(स) उस लंबवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका निर्देशांक वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 9$; $x - y + z = 3$ हैं।

Find the equation of right circular cylinder whose guiding circle is $x^2 + y^2 + z^2 = 9$; $x - y + z = 3$.

UNIT- V [इकाई- V]

(5)(a) दर्शाइये कि समतल $2x - 4y - z + 3 = 0$, परवलयज $x^2 - y^2 = 3z$ को स्पर्श बिंदुओ बिंदु ज्ञात कीजिए।

[5] (a) Show that the plane $2x-4y-z+3=0$ touches the parabolic $x^2-y^2=3z$ and fixed the point of contact.

[5] (b) अतिपरवलज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ के बिंदु $(a\cos\alpha, b\sin\alpha, 0)$ से जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations of generations of the hyperboloid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$, which passes through the point $(a\cos\alpha, b\sin\alpha, 0)$

[5] (c) दर्शाइये कि

$2x^2+2y^2+z^2+2yz-2zx-4xy-x+y=0$

एक परवलयज को निरुपित करता है। समानीत समीकरण शीर्ष का निर्देशांक और अक्षों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Show that the equation:-

$2x^2+2y^2+z^2+2yz-2zx-4xy-x+y=0$,

represents a parabolic. find the reduced equation the co-ordinates of the vertex and equation to the axes.

X

Anita